

# 傅科摆摆面进动转速的计算及其力学原理

黄志永

(黄山学院 信息工程学院,安徽 黄山 245021)

**摘要:**讨论一种用初等数学的方法求解傅科摆摆面进动转速与纬度的关系,介绍因为地球自转产生的科里奥利现象,进一步讨论了傅科摆摆面之所以转动的原因,即傅科摆摆面进动是由于受到科里奥利力作用的结果。

**关键词:**傅科摆;地球自转;科里奥利力;科里奥利现象

中图分类号:O313.1 文献标识码:A 文章编号:1672-447X(2008)03-0031-03

## 1 傅科摆摆面进动的转速和纬度的关系

傅科摆是法国物理学家傅科在 1851 年在巴黎万神殿圆拱屋顶上悬挂一个长约 67 米的大单摆,下面吊着一个 28 公斤重的摆锤。随着每一次摆动,地上巨大的沙盘便留下摆锤运动的痕迹,他发现在摆的过程中,摆动平面不断的做顺时针方向的偏转,从而证明地球是在不断的自转的。傅科摆的原理涉及到科里奥利力,在线绳下悬挂摆,然后给它以水平方向的初速度使它摆动,摆动所在的平面叫摆平面,从惯性系观察,摆锤仅受两力,即地球引力  $\vec{f}$  和绳拉力  $\vec{T}$ ,两者都在摆平面内,它们引起的加速度也在摆平面内,因此摆平面在惯性系中不动,但因为地球在自转,故摆平面相对于地球反方向转动。下面讨论傅科摆摆面偏转速度的计算。

### 1.1 傅科摆放在北极点

如图 1 所示,假如把傅科摆放置在北极点上,那么会发生什么情况呢?很显然,地球在自转——相对于遥远的恒星自转。同样,由于惯性,傅科摆的摆锤相对于遥远恒星的运动方向(平面)是不变的。可以想象,有三颗遥远的恒星确定了一个平面,而傅科摆恰好在这个平面内运动。由于惯性,当地球以及用来吊

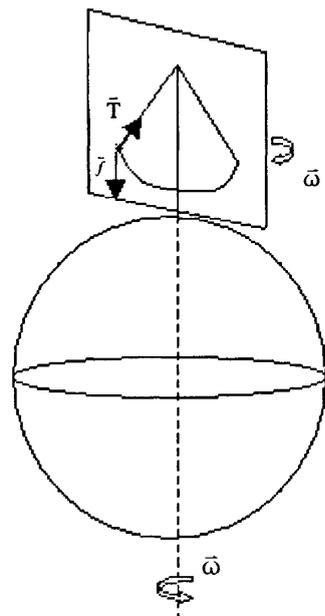


图 1

收稿日期:2007-10-12

作者简介:黄志永(1979-),安徽黄山人,黄山学院信息工程学院教师。

起摆锤的架子转动的时候,摆锤仍然只在那个平面内运动。以地球为参照系,显然会发现摆动的平面正在缓缓的转动,它转动的角速度和地球转动的角速度相同,方向相反,即地球俯视为逆时针转动,那么傅科摆相对地球顺时针转动,转速为每小时 15°。

如果傅科摆放在赤道上,那样的话,我们将观察不到任何转动。把摆锤的运动看做一维谐振(单摆),由于它的运动方向与地轴平行,而地轴相对遥远的恒星是静止的,所以我们观测不到傅科摆相对地面的转动。

### 1.2 傅科摆转速的计算

如图 2,设傅科摆某时刻在地球上  $o$  点位置,由于傅科摆在摆角很小情况下可以视为一维线性谐振子,其方向沿  $o$  点经线切向  $oy$  轴,经过一段时间  $\Delta t$  后,随地球运动到  $o'$ ,此时傅科摆相对于地球外的惯性系,由于不受到摆平面的其他力仍保持原方向  $o'y'$  ( $o'y' // oy$ ), 在点  $o, o'$  分别做经线的切线相交于地轴上的点  $c$ 。可知,在  $\Delta t$  的时间内,摆平面相对地球的转角为  $\angle y'o'c' \therefore o'y' // o$ ,

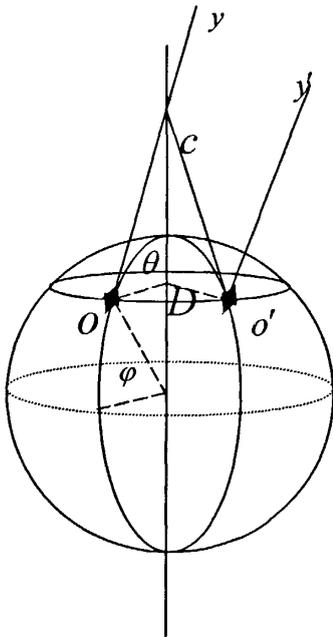


图 2

$$\therefore \angle y'o'c = \angle oco' \dots\dots\dots (1)$$

在  $\Delta t$  的时间内,地球转过的角度为  $\angle oDo'$  弧长

$$oo = oc \cdot \angle oco' = oD \cdot \angle oDo'$$

$$\therefore \angle oco' = \frac{oD}{oC} \cdot \angle oDo'$$

$$= \angle oDo' \cdot \cos \theta$$

设纬度为  $\varphi$ , 易见  $\varphi$  与  $\theta$  互余,  $\cos \theta = \sin \varphi$

$$\therefore \angle oco' = \angle oDo' \cdot \sin \varphi \dots\dots\dots (2)$$

设地球的角速度为  $\omega$ , 而摆平面转动的角速度为  $\omega'$ ,  $\therefore \angle oco' = \omega' \cdot \Delta t, \angle oDo' = \omega \cdot \Delta t$  代入(2)式:

$$\omega' \cdot \Delta t = \omega \cdot \Delta t \cdot \sin \varphi \Rightarrow \omega' = \omega \sin \varphi$$

由上式,在南北极,  $\varphi = \pm \frac{\pi}{2}$ ,  $\omega' = \pm \omega$ , 此时科利奥里力最明显,在赤道处  $\varphi = 0$ ,  $\omega' = 0$ 。这里傅科摆一般不发生转动,在黄山  $\varphi = 30^\circ$ ,  $\omega' = 0.5\omega$  在北京,  $\varphi = 40^\circ$ ,  $\omega' = 0.6427\omega$ ,  $T = 37.34$ , 小时,这和北京天文馆的傅科摆一致。

### 2 傅科摆的力学原理-科里奥利力

傅科摆之所以转动是因为受到了摆平面之外的偏转力,这是在地球这个非惯性系下运动的物体受到的一种惯性力,它不同于惯性离心力,是科里奥利(G.G.Coriolis)于 1835 年提出来的,在匀速转动的参考系中运动的物体会受到科里奥利力的作用,下面通过一种简单的情况来讨论这种惯性力。

如图 3, 设以角速度  $\omega$  旋转的圆盘上沿同一半

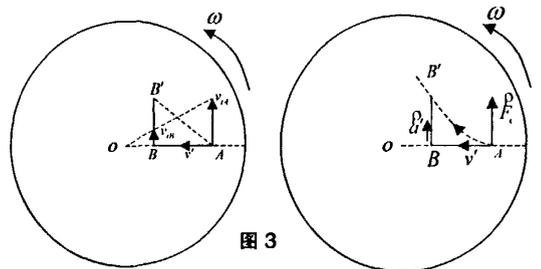


图 3

径坐着两个儿童,童A靠外,童B靠内,童A以相对圆盘的速度  $\vec{v}$  沿半径向童 B 抛出一小球。如果圆盘静止,经过时间  $\Delta t = (r_A - r_B)/v$  球会到达B,但圆盘在转动,故球离开A 手时,除了具有径向  $\vec{v}$  速度外还具有切向速度  $\vec{v}_{tA}$ ,而B的切向速度为  $v_{tB} < v_{tA}$ ,经过时间  $\Delta t$  后,球并不到达 B,而是到达 B 前方的  $B'$ 。以圆盘为参考系,两个儿童看到球如何运动呢? 童 B 只看到童A 以初速  $\vec{v}$  向他抛来一球,但球并不沿直线到达他,而是向球运动的前方右侧偏去,这一观察结果他认为是球离开童A 的手后,在具有径向速度的  $\vec{v}$  同时,还具有垂直于这一方向而向右的加速度  $\vec{a}$ ,由于在球运动的过程中,没有真实力的作用,那么一定是球受到了一个垂直于  $\vec{v}$  而向右的惯性力  $\vec{F}_i$ 。这种在转动参考系中观察到的运动物体(由于转

动参考系中各点的线速度不同而产生)的加速现象叫科里奥利效应,产生此效应的虚拟的惯性力叫科里奥利力。

可以如下导出科里奥利力的定量公式。在转动的参考系中观察,球从 A 到达 B' 的时间是

$$\Delta t' = (r_A - r_B) / v'$$

在这段时间内球偏离 AB 直线的距离

$$BB' = (v_A - v_B) \cdot \Delta t' = \omega(r_A - r_B) \cdot \Delta t' = v' \omega (\Delta t')^2 \dots\dots (1)$$

在  $\Delta t'$  很小的情况下,可以认为沿  $BB'$  的运动是初速为零的匀加速运动  $BB' = \frac{1}{2} a' (\Delta t')^2 \dots\dots (2)$

比较(1)(2)式可得:  $a' = 2v' \omega$

在此转动参考系中形式地使用牛顿第二定律

$$F_c = ma' = 2mv' \omega$$

设角速度矢量的反向垂直纸面向外,

$$\text{则 } \vec{F}_c = 2m\vec{v} \times \vec{\omega} \dots\dots (3)$$

由于地球的自转,地面参考系是一个转动参考系,地面参考系中就能观察到科里奥利效应,傅科摆就是这样一个典型的例子,如图 4 表示在北极上方

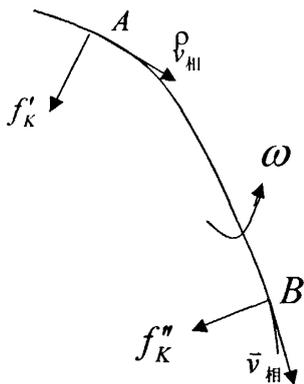
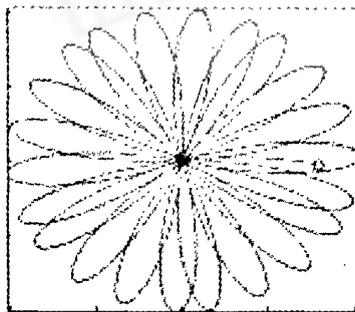
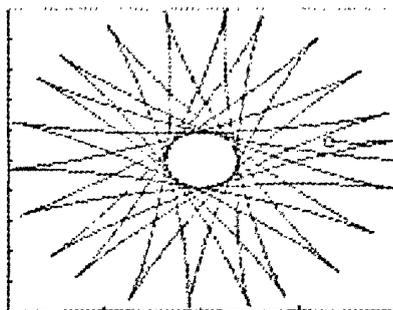


图 4

俯瞰摆锤的运动,地球自转的角速度矢量  $\vec{\omega}$  垂直纸面指向读者,根据(3)式可知,当摆锤获得相对于地球的速度  $\vec{v}_{相}$  时,将受到科里奥利力的作用,这种力与  $\vec{v}_{相}$  垂直,故使摆锤沿曲线运动,即摆平面沿与地球自转相反的方向缓缓转动,实际上,相对地球来说,摆锤已经不是在平面内运动了,它在地球表面画出的轨迹如图 5,在地球两极,摆锤的相对速度  $\vec{v}_{相}$  与地球的自转角速度  $\vec{\omega}$  垂直,科里奥利力最大,而在赤道摆锤的相对速度  $\vec{v}_{相}$  与  $\vec{\omega}$  平行,故不受到科里奥利力作用。



A: 以一定初速从平衡位置出发



B: 偏离平衡位置从静止出发

图 5

责任编辑:胡德明

## The Calculation of the Precession Speed of the Foucault Pendulum and Its Principle of Mechanics

Huang Zhiyong

(School of Information Engineering, Huangshan University, Huangshan245021, China)

**Abstract:** With a discussion of the method for Elementary Mathematics to solve the relationship between the precession rotate's speed of the Foucault pendulum and latitude, introduce the Coriolis phenomenon Because of the Earth's rotation, Further discusse The reason for the Foucault pendulum's rotation, the precession of the Foucault pendulum is due to the result of Coriolis force.

**Key words:** the Foucault pendulum; the Earth's rotation; Coriolis force; the Coriolis phenomenon