

# 三线扭摆法测转动惯量实验误差研究

郑立

(黄山学院 信息工程学院,安徽 黄山 245041)

**摘要:**利用三线扭摆装置测物体的转动惯量,对三线扭摆装置调平欠佳状态和质量偏心分布状态这两个关键操作是引起实验测量误差的主要因素进行了较全面的分析,并对转动惯量的误差进行了定量分析,得出了减小实验误差的实验操作要求。

**关键词:**三线扭摆;转动惯量;实验误差

**中图分类号:** O313.3 **文献标识码:** A **文章编号:** 1672-447X(2009)05-0027-04

一般说来,研究刚体绕固定轴转动的问题,可归纳为下面的力学问题:

$$\frac{d'\vec{J}}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{J} = \vec{N}_M \quad (1)$$

其中  $\vec{J} = J_x \omega_x, J_y \omega_y, J_z \omega_z$

$$\frac{d'\vec{J}}{dt} = (J_x \frac{d\omega_x}{dt}, J_y \frac{d\omega_y}{dt}, J_z \frac{d\omega_z}{dt})$$

坐标原点选在刚体沿固定轴转动的某点,三根坐标轴沿主轴方向。 $\vec{\omega}$  沿固定转轴,  $\vec{N}_M$  是对于原点计算的外力矩。 $J_x, J_y, J_z$  刚体的转动惯量,计算或测量这些惯量是求解方程(1)的必要条件。在一些技术研究、设计工作中,需测定形状复杂的刚体绕特定轴的转动惯量。作为基础训练,在实验中我们采用了三线扭摆法,发现存在若干因素能够引起实验误差。

## 1 基本关系

首先,考虑处于理想状态的三线摆,上、下圆盘均已调平,下圆盘(或包括附加物在内)的质心与悬点几何中心一致(下面简称同心)。对扭摆的几何关系作简单分析。得知扭动角与势能的关系为:

$$U_0 = mgh = mg(\sqrt{l^2 - (R-r)^2} - \sqrt{l^2 - [R^2 + r^2 - 2Rr \cos \phi]}) \quad (2)$$

其中  $m$  是下圆盘上的总质量,  $g$  是重力加速度,  $l$  是对应的上、下悬点间金属悬丝长,  $R$  和  $r$  分别是下圆盘和上圆盘悬孔到几何中心的距离,  $\phi$  扭动偏转角度。设三线摆中心对称轴也是被测刚体的一根主轴(称为  $Z$  轴)。则方程(1)的  $Z$  分量为:

$$J_z \frac{d'\omega_z}{dt} - (J_x - J_y) \omega_x \omega_y = J_z \frac{d'\omega}{dt} = N_z \quad (3)$$

可改写成  $J_z \frac{d^2 \phi}{dt^2} = -\frac{\partial U_0}{\partial \phi}$

将(2)式代入得到

$$\frac{d^2 \phi}{dt^2} = -\frac{mRrg \sin \phi}{J_z \sqrt{l^2 - (R^2 + r^2 - 2Rr \cos \phi)}} \quad (4)$$

这里扭转角不受限制,是普遍情形。

为保证摆动的等时性,取摆幅  $\phi$  足够小,使得

$$\begin{aligned} \sin \phi_0 &\approx \phi_0 \\ \cos \phi_0 &= 1 - \frac{1}{2} \phi_0^2 \end{aligned} \quad (5)$$

这样,方程(4)可简化为简谐振动方程:

$$\frac{d^2 \phi}{dt^2} + \frac{mgRr}{J_z \sqrt{l^2 - (R-r)^2}} \phi = 0 \quad (6)$$

收稿日期:2008-08-28

作者简介:郑立(1957-),安徽歙县人,黄山学院信息工程学院高级实验师。

考虑到  $L^2 - (R-r)^2 > Rr$  (7)

这是通常满足的条件,方程(6)中略去  $Rr\phi^2$  在准确到二级小量的范围内都是正确的。设初条件为  $\phi(0) = 0$ , 则其解为:

$$\phi = \phi_0 \sin \omega_0 t \quad (8)$$

$$\text{圆频率 } \omega_0 \text{ 为 } \omega_0 = \left[ \frac{mgRr}{J_z \sqrt{L^2 - (R-r)^2}} \right]^{\frac{1}{2}} = \left( \frac{mgRr}{J_z L} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (9)$$

其中,垂长  $L = \sqrt{L^2 - (R-r)^2}$ 。

与  $\omega_0$  相应的振动周期的关系为:

$$T_0^2 = \frac{4\pi^2 L I_z}{mgRr} \quad (10)$$

### 2 调平欠佳状态

我们考虑典型情况:上悬点  $B_2$  与  $B_3$  等高,下悬点  $A_2$  与  $A_3$  等高(它们均在中心对称轴  $OO'$  的左侧),如图 1 所示,上圆盘在  $OO'B_2$  平面的法线方向是水平的,下圆盘在  $A_1OO'$  平面的法线方向是水平的。欠调平由  $O'B_1$  与水平面(虚线)的夹角  $\alpha$  以及  $OA_1$  与水平面(虚线)的夹角  $\beta$ ,下面分两种情况研究。

#### 2.1 $\alpha \neq 0, \beta = 0$ 情形

继续考虑同心状态。

则  $OO'$  仍为  $\alpha$  扭摆的转动轴,这时垂长关系如下:

$$\bar{L} = L(OO') = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 L_i(B_i)$$

$$L_1 = L(B_1) = \bar{L} + r \sin \alpha$$
$$= \bar{L} + r\alpha \quad (|\alpha| \ll 1)$$

$$L_2 = L(B_2) = \bar{L} - \frac{1}{2} r \sin \alpha = \bar{L} - \frac{1}{2} r\alpha \quad (11)$$

由(2)可以看出,当  $\phi$  足够小,满足(5)式 ( $|\phi| \leq \phi_0$ ),

$$\text{下悬点升高关系简化为 } h_i = \frac{Rr_i \phi^2}{2L_i} \quad (12)$$

$$\text{其中 } r_1 = r \cos \alpha \quad r_2 = r_3 = \sqrt{\frac{3}{4}r^2 + \frac{1}{4}r^2 \cos^2 \alpha} = r(1 - \frac{1}{8}\alpha^2) \quad (13)$$

这样,伴随着扭动将有下圆盘的章动(出现章角  $\theta$ )

$$\theta = \frac{h_2 - h_1}{\frac{3}{2}R} = \frac{r}{2L} \left( \frac{r}{L} \alpha + \frac{\alpha^2}{4} \right) \phi^2 \text{ 其最大值远小于 } 10^{-4}$$

弧度。因此,我们只需单独考虑垂直轴的转动。

$$\text{类似(3)式,我们有 } J_z \frac{d^2 \phi}{dt^2} = - \frac{\partial U_1}{\partial \phi} \quad (3')$$

$$\text{其中势能 } U_1 = mg \bar{h} = \frac{mg(h_1 + h_2 + h_3)}{3} = \frac{1}{3} mg(h_1 + 2h_2)$$

$$\text{用(12)式代入,得到 } U_1 = \frac{mgRr}{2L} \phi^2 \left( 1 - \frac{1}{4} \alpha^2 \right) \quad (14)$$

于是,由(3')求得满足初条件  $\phi(0) = 0$  的解  $\phi = \phi_0 \sin \omega_1 t$

$$\text{圆频率 } \omega_1 = \left[ \frac{mgRr}{J_z \bar{L}} \right]^{\frac{1}{2}} \left( 1 - \frac{1}{8} \alpha^2 \right) \sum_{i=1}^3 X_i Y_i \quad (15)$$

相应的周期关系为

$$T_1^2 = \frac{4\pi^2 \bar{L} I_z}{mgRr} \left( 1 + \frac{1}{4} \alpha^2 \right) = T_0^2 \left( 1 + \frac{1}{4} \alpha^2 \right) \quad (16)$$

那么,由于上圆盘调平欠佳引起的周期增率为

$$\frac{\Delta T_1}{T_0} = \frac{(T_1 - T_0)}{T_0} = \frac{1}{8} \alpha^2 \quad (17)$$

#### 2.2 $\alpha = 0, \beta \neq 0$ 情形

我们假定欠调平  $\beta$  值很小。与上一段类似,可以忽略绕水平轴转动,这样带来的误差仅  $\beta^2$  量级,用  $O(\beta^2)$  表示。这时可类比前段,得到如下结果

$$h_1 = \frac{Rr \cos \beta}{2(\bar{L} - R\beta)} \phi^2$$
$$h_2 = \frac{Rr(1 - \frac{1}{8}\beta^2)}{2(\bar{L} + \frac{R}{2}\beta)} \phi^2 \quad (12')$$

$$\bar{L} = L(OO') = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 L_i(A_i)$$

$$U_1' = \frac{1}{3} mg(h_1 + h_2 + h_3)$$
$$= \frac{1}{3} mg(h_1 + 2h_2) = \frac{mgRr}{2L} \phi^2 \left( 1 - \frac{1}{4} \beta^2 \right) \quad (14')$$

振动方程以及由此方程解得的一些结果列出如下:

$$J_z \frac{d^2 \phi}{dt^2} = - \frac{\partial U_1'}{\partial \phi} = - \frac{mgRr}{L} \phi \left( 1 - \frac{1}{4} \beta^2 \right)$$

$$\phi = \phi_0 \sin \omega_1' t$$

$$\omega_1' = \left[ \frac{mgRr}{J_z \bar{L}} \right]^{\frac{1}{2}} \left( 1 - \frac{1}{8} \beta^2 \right)$$

$$(T_1')^2 = \frac{4\pi^2 \bar{L} I_z}{mgRr} \left( 1 + \frac{1}{4} \beta^2 \right) = T_0^2 \left( 1 + \frac{1}{4} \beta^2 \right)$$

$$\frac{\Delta T_1'}{T_0} = \frac{1}{8} \beta^2$$

### 3 质量偏心分布状态

这里假设上、下圆盘均处于调平状态,为方便设下圆盘(包括附加被测物)重心  $G$  位于半径  $A_1O$  (或在  $A_1O$  的延长线)上。可以证明,这时被动轴为

铅垂线  $KG$ , 并满足  $\frac{B_1K}{r} = \frac{AG}{R}$ 。

我们将比值  $\delta = \frac{GO}{R} = \frac{KO'}{r}$  定

义为偏心率, 它表示下圆盘上总质心对几何中心  $O$  的偏离程度, 所以只需要研究绕轴的转动。在扭动过程中, 势能关系如下:

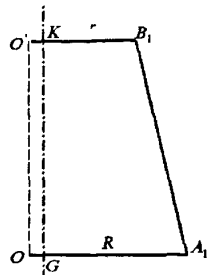


图2 典型的偏心状态示意图

$$U = mg \left[ \frac{1}{3}(1+2\delta)h_1 + \frac{1}{3}(1-\delta)(h_2+h_3) \right] = \frac{1}{3}mg[(1+2\delta)h_1 + 2(1-\delta)h_2]$$

其中  $h_1 = \frac{R_1 r_1 \phi^2}{2L_1} = \frac{(1-\delta)^2 Rr}{2L_1} \phi^2$

$$h_2 = h_3 = \frac{R_2 r_2 \phi^2}{2L_2} = \frac{(1+\delta+\delta^2)Rr}{2L_2} \phi^2$$

而垂线长  $L = L_i$  ( $i=1,2,3$ )

整理得:  $U = \frac{mgRr(1-\delta^2)}{2L} \phi^2$  (18)

则写出振动方程  $J_z \frac{d^2\phi}{dt^2} = -\frac{\partial U}{\partial \phi} = -\frac{mgRr(1-\delta^2)}{L} \phi$  (19)

该方程满足  $\phi(0) = 0$  的解为

$$\phi = \phi_0 \sin \omega t$$

其中  $\omega = \left[ \frac{mgRr}{J_z L} (1-\delta^2) \right]^{\frac{1}{2}}$  (20)

相应的周期关系为  $T^2 = \frac{4\pi^2 L J_z}{mgRr(1-\delta^2)}$

另外再考虑间接测量中的一种情况: 原已调平的下圆盘在偏心放置被测物体后未再调平, 这时下圆盘相对水平面出现倾角

$$\beta' = -\frac{\delta(R-r)}{L}$$
 (22)

根据简单的几何关系, 适当的简化处理, 可将扭动过程中的势能写成:

$$U = \frac{1}{3}mg[(1+2\delta)h_1 + 2(1-\delta)h_2] = \frac{mgRr\phi^2}{2L} \left[ (1-\delta^2) + \frac{R(R-r)}{L^2} \delta^2 (1-\delta)(1+2\delta) \right]$$
 (18')

类似于(19)式写出方程, 并求得满足  $\phi(0) = 0$  的解为  $\phi = \phi_0 \sin \omega' t$

圆频率  $\omega' = \left[ \frac{mgRr(1-\delta^2)}{L J_z} \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \left( 1 + \frac{\delta^2 R(R-r)(1+2\delta)}{2(1+\delta)L^2} \right)$  (20')

以及周期关系  $(T')^2 = \frac{4\pi^2 L}{mgRr(1-\delta^2)} \cdot \left( 1 - \frac{\delta^2 R(R-r)(1+2\delta)}{(1+\delta)L^2} \right)$  (21')

将(20')和(21')与(20)和(21)比较, 作间接测量时, 由于未再调平而引起周期误差仅  $\frac{R(R-r)}{L^2} \delta^2$  数量级。

对于  $R=r$  的测量,  $\beta' = 0$ , 当然不存在这种误差, 一般  $R > r$  情形, 这种误差非常小, 可以忽略。

#### 4 转动惯量的测量公式及误差估计

在前面研究的基础上, 现在推导转动惯量测量及其误差的公式。根据(21)式, 可得相对于穿过质心的垂轴的转动惯量

$$J_z = \frac{mgRr(1-\delta^2)}{4\pi^2 L} T^2$$

那么对于装置中心对称轴的转动惯量

$$J_z^c = \frac{mgRr(1-\delta^2)}{4\pi^2 L} T^2 + mR^2 \delta^2$$
 (23)

将它应用于下圆盘(以下标  $a$  表示),

$$J_{za}^c = \frac{m_a g R r (1-\delta^2)}{4\pi^2 L} T_a^2 + m_a R^2 \delta_a^2 = \frac{m_a g R r}{4\pi^2 L} T_a^2 + \left( m_a R^2 - \frac{m_a g R r T_a^2}{4\pi^2 L} \right) \delta_a^2$$

应用替代法, 将右方第三项用  $J_{za}^c$  的零级近似的理论值表示(设  $R_0$  是下圆盘外缘半径), 得到

$$J_{za}^c = \frac{m_a g R r}{4\pi^2 L} T_a^2 + \frac{1}{2} m_a (2R^2 - R_0^2) \delta_a^2 = \frac{m_a g R r}{4\pi^2 L} T_a^2,$$

这里通常取  $\delta_a$  的估计值为零。

以下标  $s$  表示包括被测物在内的下圆盘, 而下标  $1$  表示被测物, 应用(23)和(24)式, 推导得

$$J_{z1}^c = J_{zs}^c - J_{za}^c = \frac{Rrg}{4\pi^2 L} \left[ m_s (1-\delta_s^2) T_s^2 - m_a T_a^2 \right] + m_s R^2 \delta_s^2 - \frac{1}{2} m_a (2R^2 - R_0^2) \delta_a^2 = \frac{Rrg}{4\pi^2 L} \left[ m_s T_s^2 - m_a T_a^2 \right] + m_s R \left( R - \frac{rg T_s^2}{4\pi^2 L} \right) \delta_s^2$$
 (25)

这里  $m_s = m_a + m_1$ , 式中  $R, t, L, m_1$  为经几次测量的平均值,  $T_s, T_1$  也为多次测量的平均值,  $\delta_s$  为测量估算值, 并设  $m_a, R_0$  由实验室给出, 可作为准确值。

以  $\Delta R, \Delta r, \Delta L, \Delta T_s, \Delta T_a, \Delta(\delta_s^2), \Delta(\delta_a^2)$  表示相应测量的平均绝对误差或均方根误差, 忽略重力加速度值和质量的误差, 依据误差传递公式, 将  $J_{z1}^c$  的误差写为:

$$J_{z1}^c \leq \frac{Rrg(m_s T_s^2 - m_a T_a^2)}{4\pi^2 L} \cdot \left( \frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta r}{r} + \frac{\Delta L}{L} \right) + \frac{Rrg}{2\pi^2 L} (m_s T_s \Delta T_s + m_a T_a \Delta T_a) + 2m_s R \delta_s^2 \Delta R + m_s R \left( R - \frac{rg T_s^2}{4\pi^2 L} \right) \Delta(\delta_s^2) + \frac{1}{2} m_a (2R^2 - R_0^2) \Delta(\delta_a^2)$$

这里还要考虑  $m_1 R^2 > \frac{m_1 R r g T_1^2}{4\pi^2 L}$ , 那么  $J_a^c$  的相

对误差为

$$E_1 = \frac{\Delta J_{z1}^2}{J_{z1}^2} \leq \frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta r}{r} + \frac{\Delta \bar{L}}{\bar{L}} + \left(2 + \frac{m_1 R_0^2}{J_{z1}^c}\right) E(T_1) + \frac{m_1 R_0^2}{J_{z1}^c} E(T_a) + \frac{2m_1 R^2}{J_{z1}^c} \delta_1^2 \left(\frac{\Delta R}{R} + \left[\frac{2m_1 R^2 - m_a R_0^2}{2J_{z1}^c} - 1\right] \delta_1^2 E(\delta_1^2) + \frac{m_a(2R^2 - R_0^2)}{2J_{z1}^c} \delta_2^2\right) = \left[1 + \frac{2(m_a + m_1)R^2}{J_{z1}^c} \delta_1^2\right] E(R) + E(r) + E(\bar{L}) + \left[\frac{2(m_1 + m_1)R^2 - m_1 R_0^2}{2J_{z1}^c} - 1\right] \delta_1^2 E(\delta_1^2) + \left(2 + \frac{m_1 R_0^2}{J_{z1}^c}\right) E(T_1) + \frac{m_1 R_0^2}{J_{z1}^c} E(T_a) + \frac{m_a(2R^2 - R_0^2)}{2J_{z1}^c} \delta_2^2 \quad (26)$$

(25)和(26)是应用三线摆作转动惯量间接测量及其误差估算的公式。

类似地,由(24)推导出  $J_a^c$  的相对误差为

$$E_a = E(R) + E(r) + E(\bar{L}) + 2E(T_a) + \left(\frac{2R^2}{R_0^2} - 1\right) \delta_a^2 \quad (27)$$

(24)和(27)是下圆盘本身转动惯量测量及其误差分析的公式,其误差数值估计一般是将(24)的结果与理论值  $(\frac{1}{2} m_1 R_0^2)$  作比较而得。

### 5 结束语

众所周知,阻尼作用使振动发生频移为

$$\Delta\omega = \omega - \omega_0 = \sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2} - \omega_0 = -\frac{\lambda^2}{2\omega_0}, \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} \quad (19)$$

是无阻尼的谐振动的圆频率,  $\lambda$  系阻尼指数。阻尼引起周期的误差为

$$E(T)_{\text{阻尼}} = \frac{\Delta T}{T_0} = -\frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{\lambda^2}{2\omega_0^2} = \frac{(\lambda T_0)^2}{8\pi^2 n^2} = \frac{1}{8\pi^2 n^2} \quad (28)$$

式中  $n = (\lambda T_0)^{-1}$  是振幅衰减  $e$  倍所需经历的振动次数。实验证实,在正常的空气环境中,  $n > 50$  是相当保守的估计,因此

$$E(T)_{\text{阻尼}} < 10^{-5} \quad (29)$$

本文可忽略阻尼的影响。

于是,基于(24)-(27)解析结果,可得结论如下。

1. 间接测量的物体如果质心偏离作为特定轴的装置中心轴,须算出总质心的偏心度  $\delta_a$ , 代入(25)式计算偏心度造成的校正项,如果  $\delta_a$  不精确,或者未考虑这种校正,会引起可观的误差,见(26)式,后者即  $(\delta_a)=1$ , 属于过失误差。

2. 应该对各个悬孔点  $(A_i, B_i, i=1, 2, 3)$  测出  $R_i, r_i$  半径和垂长  $L_i$ , 然后以平均值  $R = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 R_i, r_i = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 r_i$  和  $\bar{L} = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 L_i$  代入(24)和(25),以减小相应的偶然误差所引起的测量误差,见(26)和(27)式。

$$3. E(T_1) \approx \frac{1}{8} (\alpha^2 + \beta^2) + E_m(T_1),$$

$$E(T_a) \approx \frac{1}{8} (\alpha^2 + \beta^2) + E_m(T_a)$$

其中  $\frac{1}{8} (\alpha^2 + \beta^2)$  为系统误差, 只需适当调平上、下圆盘,就可使此误差小于  $10^{-4}$ 。重点应放在正确地测量周期并适当增加测量次数,以使多次周期测量的相对误差  $E_m(T_1)$  和  $E_m(T_a)$  尽量减小,这对于间接测量更为重要。

4. 间接测量时,被测物  $J_a^c$  越大,误差越小,另一方面,尽可能选用重量轻的下圆盘,也能减小实验误差。

### 参考文献:

[1] 祝之光. 物理学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2004: 96.  
 [2] 杨述武. 普通物理实验[M]. 北京: 高等教育出版社, 2000: 134-135.  
 [3] 李学宽. 大学物理实验[M]. 北京: 高等教育出版社, 2005: 60.  
 [4] 刘克哲. 物理学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2005: 187.

责任编辑: 胡德明

## A Research on Experimental Error in Measuring Meamoment of Inertia Using Tri-linear Pendulum

Zheng li

(School of Electrical Information Engineering, Huangshan University, HuangShan245021, China)

**Abstract:** In this paper, tri-linear pendulum device is used to measure moment of inertia of the objects. The two major factors: poor state of regulation and eccentric distribution of mass of the tri-linear pendulum that have caused experimental errors are given a comprehensive analysis. In addition, a quantitative analysis is devoted to the errors of moment of inertia. Consequently, the experimental operating requirements to reduce the experimental errors are put forward.

**Key word:** Tri-linear pendulum; Moment of inertia; Experimental error

# 三线扭摆法测转动惯量实验误差研究

作者: [郑立](#)  
 作者单位: [黄山学院信息工程学院, 安徽黄山, 245041](#)  
 刊名: [黄山学院学报](#)  
 英文刊名: [JOURNAL OF HUANGSHAN UNIVERSITY](#)  
 年, 卷(期): 2009, 11 (5)  
 引用次数: 0次

## 参考文献(4条)

1. 祝之光. 物理学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2004: 96.
2. 杨述武. 普通物理实验[M]. 北京: 高等教育出版社, 2000: 134-135.
3. 李学慧. 大学物理实验[M]. 北京: 高等教育出版社, 2005: 60.
4. 刘克哲. 物理学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2005: 187.

## 相似文献(10条)

1. 会议论文 [刘静民, 郑秀媛, 侯曼](#) 测量人体转动惯量的三线扭摆仪的研制 2002  
 寻求一种有效测定人体转动惯量的实验方法和实验仪器设备一直是生物力学工作者的目标之一. 本文作者经过三年多的研究设计和实验探索, 研制出一套能测量人体中心主转动惯量的三线扭摆仪测量系统.
2. 期刊论文 [侯曼, 王晓娟](#) 中国成年女子人体转动惯量的测量与比较 -北京师范大学学报(自然科学版)2004, 40(1)  
 人体转动惯量是人体惯性参数的组成部分, 通过实验、分析和计算, 获得符合中国成年女子特点的人体转动惯量, 可以在劳动安全、弹射救生、航空航天、体育运动等方面广泛应用.
3. 期刊论文 [陈文清, 陈林峰](#) 三线扭摆法测刚体转动惯量所用近似方法的分析 -洛阳工业高等专科学校学报 2004, 14(3)  
 分析在推导转动惯量的测量公式时采用的近似方法及其对测量结果带来的影响, 指出减小其影响的途径.
4. 期刊论文 [苏成谦, 吕振华, SU Cheng-qian, LU Zhen-hua](#) 大型刚体惯性参数识别的三线扭摆系统实验方法改进研究 -工程力学2007, 24(7)  
 精确获取汽车动力总成刚体惯性参数是发动机悬置系统设计的重要前提之一. 利用三线扭摆法测量刚体单轴转动惯量精度较高的特点, 基于表面固定点确定刚体方位的三点定位方法和测量6个~9个不同方位的多次测量原理, 发展了一套适合于大型复杂刚体的惯性参数识别方法. 关键技术有: (1) 选取刚体表面三个定位点定义一个刚体随动坐标系以描述刚体方位; (2) 通过测量刚体定位点至托盘表面参考点(定义一个整体坐标系)的距离, 计算出定位点在整体坐标系下的坐标和两个坐标系之间的转换关系; (3) 求出各组实验中在动坐标系下的刚体转轴方位和转动惯量; (4) 运用最小二乘原理, 求解多个转轴的最优交点得到动坐标系下的刚体质心坐标, 求解由转动惯量转轴定理导出的线性方程组得到刚体惯性矩阵. 实验方法中容易引起误差的环节较多, 但是可以根据最小二乘原理进行逐级误差估计和控制. 通过误差分析、长方体质量块实验验证和大量的汽车动力总成惯量参数识别实验, 证明了该方法的实用性和可靠性.
5. 期刊论文 [李惠彬, 刘海光, 刘吉春](#) 发动机动力总成惯性参数的扭摆测试研究 -计量与测试技术2007, 34(6)  
 发动机动力总成的惯性参数包括其质量、质心位置、转动惯量、惯性积和惯性主轴. 本文应用“悬线法”原理与计算机三维模型分析相结合的方法测量发动机动力总成质心位置, 并研究应用三线扭摆法测量发动机动力总成转动惯量、惯性积, 并计算出其惯性主轴.
6. 会议论文 [刘静民, 仰红慧, 郑秀媛](#) 计算中国成年人人体转动惯量最佳方法的验证研究 (P494-497) 2002  
 本文作者经过三年多的实验研究, 研制设计出一套能测量人体中心主转动惯量的三线扭摆仪测量系统, 有较高的精确度. 这样就可以通过实验测量与中国、前苏联和美国的数学模型计算出的人体转动惯量值进行比较, 验证计算中国成年人人体转动惯量的最佳数学模型方法.
7. 会议论文 [刘静民, 仰红慧](#) 计算中国成年人人体转动惯量最佳方法的验证研究 (P465-467) 2002  
 本文作者经过三年多的实验研究, 研制设计出一套能测量人体中心主转动惯量的三线扭摆仪测量系统, 有较高的精确度. 这样就可以通过实验测量与中国、前苏联和美国的数学模型计算出的人体转动惯量值进行比较, 验证计算中国成年人人体转动惯量的最佳数学模型方法.
8. 期刊论文 [李杰, 张宝生, 毛佳, Li Jie, Zhang Baosheng, Mao Jia](#) 柴油机惯性参数的测试研究 -农业机械学报 1999, 30(3)  
 柴油机的转动惯量和惯性积是研究其动态特性的重要物理参数. 为确定柴油机关于其质心的转动惯量和惯性积, 采用经纬仪法测试柴油机质心位置和三线扭摆试验法测试柴油机转动惯量和惯性积, 提出了测试方法和处理测试数据的公式, 并用于实测了某中型柴油机质心位置、转动惯量和惯性积.
9. 期刊论文 [杨辉, 洪嘉振, 余征跃](#) 测量单轴气浮台转动惯量的新方法 -振动与冲击2001, 20(2)  
 本文介绍了利用扭摆法测量单轴气浮台转动惯量的新方法. 该方法与三线扭摆法比较, 无需知道气浮台的质量, 具有设计简单、操作容易的优点. 推而广之, 还可借助气浮台来测量任意复杂形状物体的转动惯量, 是一种很实用的转动惯量测量方法.
10. 学位论文 [刘静民](#) 中国成年人人体惯性参数国家标准的制定 2004  
 本研究以“中国成年人人体尺寸数据库”及相关标准和“CT法确定人体环节惯性参数的研究”两项科研成果为基础, 结合机械、电子、力学、计算机等多种知识和技术手段研制出高精度人体惯性参数实验测量系统, 在对80名成年男子和40名成年女子样本进行了惯性参数测量后, 建立了计算中国成年人人体惯性参数的回归方程, 制定了《成年人人体惯性参数》国家标准. “中国成年人人体惯性参数”国家标准制定的研究特点主要有三个: (1) 强大的科研成果做背景. 两个研究基础:《中国正常人体参数的测定和统计》和《中国人体尺寸数据库》是国家科技进步奖获得项目, 有深厚的科研基础和高科技背景. (2) 高精度的测量仪器做支持. 实验测量系统中机械、电子、力学、计算机等多种技术手段的综合运用使测量仪器系统有很高的精确度, 可以满足测量实验需要, 测量系统通过了ISO9001国际质量认证, 使测量结果达到世界先进水平. (3) 与我国其他标准具有很好的兼容性.

由于本标准的制定建立在多个我国标准的基础之上，考虑到了其中测量项目和回归方程自变量的通用性，因而具有良好的兼容性和适用性，标准可以很方便应用于各个行业和领域。

本文链接: [http://d.wanfangdata.com.cn/Periodical\\_hsxxyb200905008.aspx](http://d.wanfangdata.com.cn/Periodical_hsxxyb200905008.aspx)

下载时间: 2010年3月22日