

均方误差意义下的无偏估计与有偏估计

景英川¹, 项明寅²

(1.大原理工大学 数学系, 山西 太原 030024; 2.黄山学院 数学系, 安徽 黄山 245041)

摘要:讨论均方误差意义下的无偏估计与有偏估计, 得出线性模型中一些有偏估计在 MSE 准则下具备比无偏估计更好的优良性。

关键词:均方误差; 无偏的; 参数估计

中图分类号: O212.1

文献标识码: A

文章编号: 1672-447X(2009)05-0013-03

1 引言

估计量的无偏性是参数估计理论中一个重要的概念,也是衡量估计量优劣的标准之一。但是无偏估计不一定存在,且一般不唯一,也不一定比有偏估计更优。因此,我们给出均方误差意义下的无偏估计与有偏估计。从直观上看,一个好的估计应该离真值比较近,在真值的周围波动,同时一个好的估计应该有较小的均方误差。故此,均方误差是评价一个估计优劣的较有力的标准。^[1]在本文中,罗列了几种模型之下无偏估计跟有偏估计在均方误差意义下的比较。

2 无偏估计与有偏估计的均方误差比较

考虑 Gauss-Markov 模型

$$\begin{cases} Y = X\beta + \varepsilon \\ E(\varepsilon) = 0 \quad \text{cov}(\varepsilon) = \sigma^2 I_n \end{cases} \quad (1)$$

其中 $Y = Y_{n \times 1}$ 是因变量的观察值向量, $X = X_{n \times p}$ 为列满秩的设计矩阵, $\beta = \beta_{p \times 1}$ 是未知的参数向量, $\varepsilon = \varepsilon_{n \times 1}$ 是随机误差向量。最小二乘估计是线性无

偏估计类中方差最小的,有偏估计可以在均方意义下优于最小二乘估计,使得这个估计在有偏估计类中是关于均方误差最小。

2.1 岭估计

对于线性模型 (1), 回归系数 β 的岭估计定义为:

$$\hat{\beta}(k) = (X'X + kI)^{-1} X'Y$$

这里 $k > 0$ 是可选择参数,称为岭参数。岭估计是有偏估计,但是其均方误差很小,在复共线性存在的情况下,岭估计优于最小二乘估计。为证明其优良性质,引入模型(1)的典则形式:

设 $\lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_p$ 为 $X'X$ 的特征根, $\varphi_1, \dots, \varphi_p$ 为对应的标准正交化特征向量。记 $\Phi = (\varphi_1, \dots, \varphi_p)$ 为 $p \times p$ 正交阵,再记 $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_p)$, 于是 $X'X = \Phi\Lambda\Phi'$ 。则线性回归模型可改写为:

$$\begin{cases} Y = \alpha_0 1_p + Z\alpha + \varepsilon \\ E(\varepsilon) = 0 \quad \text{cov}(\varepsilon) = \sigma^2 I_n \end{cases} \quad (2)$$

其中常数项记为 α_0 , $Z = X\Phi$, $\alpha = \Phi'\beta$ 。

典则回归系数的最小二乘估计 $\hat{\alpha} = \Lambda^{-1}Z'Y$, 岭估计为 $\hat{\alpha}(k) = (\Lambda + kI)^{-1}Z'Y$, 另外还有估计 $\hat{\alpha}_k = (\Lambda + kI)(Z'Y + \hat{\alpha})$ 。可知 $\hat{\alpha}_k$ 是 $\hat{\alpha}$ 的一个线性变换,且当 $k > 1$ 时, $\hat{\alpha}_k$ 是 $\hat{\alpha}$ 向原点的压缩。

容易证明以下结论成立:

收稿日期: 2009-06-20

作者简介: 景英川(1970-), 山西临汾人, 大原理工大学数学系副教授, 硕士, 研究方向为概率统计。

$$MSE(\hat{\alpha}) = MSE(\hat{\beta}), \quad MSE(\hat{\alpha}(k)) = MSE(\hat{\beta}(k))。$$

定理 2.1.1 存在 $k > 0$, 使得

$$MSE(\hat{\beta}(k)) < MSE(\hat{\beta})。$$

证明: 只需证明 $MSE(\hat{\alpha}(k)) < MSE(\hat{\alpha})$

因为设计阵 Z 中心化, 有 $1'Z = 0$ 。所以

$$\begin{aligned} E\hat{\alpha}(k) &= (\Lambda + kI)^{-1} Z'(\alpha_0 1 + Z\alpha) = (\Lambda + kI)^{-1} Z'Z\alpha \\ &= (\Lambda + kI)^{-1} \Lambda\alpha \\ Cov\hat{\alpha}(k) &= \sigma^2 (\Lambda + kI)^{-1} Z'Z(\Lambda + kI)^{-1} \\ &= \sigma^2 (\Lambda + kI)^{-1} \Lambda(\Lambda + kI)^{-1} \end{aligned}$$

于是

$$\begin{aligned} MSE(\hat{\alpha}(k)) &= tr Cov\hat{\alpha}(k) + \|E\hat{\alpha}(k) - \alpha\|^2 \\ &= \sigma^2 \sum_{i=1}^p \frac{\lambda_i}{(\lambda_i + k)^2} + k^2 \sum_{i=1}^p \frac{\alpha_i^2}{(\lambda_i + k)^2} \\ &= f_1(k) + f_2(k) = f(k)。 \end{aligned}$$

对 k 求导, 得

$$f_1'(k) = -2\sigma^2 \sum_{i=1}^p \frac{\lambda_i}{(\lambda_i + k)^3}, \quad f_2'(k) = -2\sigma^2 \sum_{i=1}^p \frac{\lambda_i \alpha_i^2}{(\lambda_i + k)^3}。$$

因为

$$f_1'(0) = -2\sigma^2 \sum_{i=1}^p \frac{1}{\lambda_i^2} < 0, \quad f_2'(0) = 0。$$

于是 $f'(0) < 0$, 但是 $f'(k)$ 在 $k \geq 0$ 时候都连续, 故 $f'(k)$ 在 $k > 0$ 且充分小时 $f'(k) < 0$ 。亦即 $f(k) = MSE(\hat{\alpha}(k))$ 在 $k > 0$ 充分小时是 k 的单调减函数, 因而存 $k^* > 0$ 在 $k \in (0, k^*)$ 时有 $f(k) < f(0) = MSE(\hat{\alpha})$, 这就证明了 $MSE(\hat{\alpha}(k)) < MSE(\hat{\alpha})$ 。

2.2 在实际情况中, 线性模型的误差并不总是等方差且不相关的

接下来我们把以上估计推广到模型

$$\begin{cases} Y = X\beta + \varepsilon \\ E(\varepsilon) = 0 \quad cov(\varepsilon) = \sigma^2 V, \quad V > 0 \end{cases} \quad (3)$$

给出 β 的广义最小二乘估计 $\beta^* = (XV^{-1}X)^{-1} XV^{-1}Y$, 可以计算 β 的广义岭型估计 $\beta^*(k) = (XV^{-1}X + kI)^{-1} XV^{-1}Y$ 。另外还有估计 $\beta^*_k = (XV^{-1}X + kI)^{-1} (XV^{-1}X + \beta^*)$ 。只要 $k \neq 1$, $\beta^*(k)$ 以及 β^*_k 皆为有偏估计, 为便于讨论这种估计的性质, 对模型(3)作适当的变换:

$$\tilde{Y} = V^{-\frac{1}{2}}Y; \quad \tilde{X} = V^{-\frac{1}{2}}X; \quad \tilde{\varepsilon} = V^{-\frac{1}{2}}\varepsilon。$$

得到

$$\begin{cases} \tilde{Y} = \tilde{X}\beta + \tilde{\varepsilon} \\ E(\tilde{\varepsilon}) = 0 \quad cov(\tilde{\varepsilon}) = \sigma^2 I \end{cases} \quad (4)$$

模型(4)的典则形式: 设 $\lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_p$ 为 $\tilde{X}\tilde{X}' = XV^{-1}X$ 的特征根, $\varphi_1, \dots, \varphi_p$ 为对应的标准正交化特征向量。记 $\Phi = (\varphi_1, \dots, \varphi_p)$ 为 $p \times p$ 正交阵, 再记 $\Lambda = diag(\lambda_1, \dots, \lambda_p)$ 。则线性回归模型可改写为:

$$\begin{cases} \tilde{Y} = \alpha_0 1_p + Z\alpha + \tilde{\varepsilon} \\ E(\tilde{\varepsilon}) = 0 \quad cov(\tilde{\varepsilon}) = \sigma^2 I_n \end{cases} \quad (5)$$

其中常数项记为 $\alpha_0, Z = \tilde{X}\Phi, \alpha = \Phi'\beta$ 。

典则回归系数的广义最小二乘估计为 $\alpha^* = (\Lambda)^{-1} Z'\tilde{Y}$ 。岭估计为 $\alpha^*(k) = (\Lambda + kI)^{-1} Z'\tilde{Y}$, 另外还有估计 $\alpha^*_k = (\Lambda + kI)^{-1} (Z'\tilde{Y} + \alpha^*)$ 。可知 α^*_k 是 α^* 的一个线性变换, 且当 $k > 1$ 时, α^*_k 是 α^* 向原点的压缩。相应的

$$\beta^* = \Phi\alpha^*, \quad \beta^*(k) = \Phi\alpha^*(k), \quad \beta^*_k = \Phi\alpha^*_k。$$

定理 2.2.1 存在时 $k > 1$, $MSE(\alpha^*_k) < MSE(\alpha^*)$ 。

证明: 因为

$$\begin{aligned} \alpha^*_k &= (\Lambda + kI)^{-1} (Z'\tilde{Y} + \alpha^*) \\ Cov(\alpha^*_k) &= \sigma^2 (\Lambda + kI)^{-1} (\Lambda + I) \cdot \Lambda^{-1} (\Lambda + I) (\Lambda + kI)^{-1}, \\ \|E(\alpha^*_k) - \alpha^*\| &= \|(\Lambda + kI)^{-1} (\Lambda + I) \alpha - \alpha\|^2 = \|(\Lambda + kI)^{-1} (\Lambda + I) - I\alpha\|^2 \\ &= \sum_{i=1}^p \left(\left(\frac{\lambda_i + 1}{\lambda_i + k} - 1 \right) \alpha_i \right)^2 = (1-k)^2 \sum_{i=1}^p \frac{\alpha_i^2}{(\lambda_i + k)^2} \end{aligned}$$

所以

$$\begin{aligned} MSE(\alpha^*_k) &= tr cov(\alpha^*_k) + \|E(\alpha^*_k) - \alpha^*\|^2 = \sigma^2 \sum_{i=1}^p \frac{(\lambda_i + 1)^2}{\lambda_i (\lambda_i + k)^2} \\ &\quad + (1-k)^2 \sum_{i=1}^p \frac{\alpha_i^2}{(\lambda_i + k)^2} \doteq g(k)。 \end{aligned}$$

可求得

$$\begin{aligned} g'(k) &= -2\sigma^2 \sum_{i=1}^p \frac{(\lambda_i + 1)^2}{(\lambda_i + k)^3} - 2(1-k) \cdot \sum_{i=1}^p \frac{\alpha_i^2}{(\lambda_i + k)^2} \\ &\quad - 2(1-k)^2 \sum_{i=1}^p \frac{\alpha_i^2}{(\lambda_i + k)^3} \end{aligned}$$

因为

$g'(1) = -2\sigma^2 \sum_{i=1}^p \frac{(\lambda_i + 1)^2}{\lambda_i (\lambda_i + k)^3} < 0$ 且 $g(k)$ 在 $k > 1$ 时连续, 所以存在 $k > 1$ 使得 $g(k) < g(1)$, 即 $MSE(\alpha^*_k) < MSE(\alpha^*)$ 。

定理 2.2.2 当 $k > \frac{1}{2} \left\{ 1 + \sigma^2 (\alpha'\alpha)^{-1} \sum_{i=1}^p \left(2 + \frac{1}{\lambda_i} \right) \right\}$ 时, 有

$$MSE(\alpha^*_k) < MSE(\alpha^*(k))。$$

证明: 因为

$$\begin{aligned} \alpha^*_k &= \frac{1}{2} (\Lambda + kI)^{-1} (Z'\tilde{Y} + \alpha^*) = (\Lambda + kI)^{-1} Z'\tilde{Y} \\ &\quad + (\Lambda + kI)^{-1} \alpha^* = \alpha^*(h) + (\Lambda + kI)^{-1} \alpha^*, \\ D(\alpha^*) &= \sigma^2 \Lambda^{-1}, \quad D(\alpha^*_{(h)}) = \frac{\sigma^2}{\lambda_i}, \quad E(\alpha^*_{(h)}) = \frac{\sigma^2}{\lambda_i} + \alpha_i^2, \end{aligned}$$

$$MSE(\alpha_i^*) = \sum_{i=1}^p E(\alpha_{i(i)}^* - \alpha_i)^2$$

又因为

$$\begin{aligned} E(\alpha_{i(i)}^* - \alpha_i)^2 &= E \left[\alpha_{i(i)}^*(k) - \alpha_i + \frac{\alpha_{i(i)}^*}{\lambda_i + k} \right]^2 \\ &= E(\alpha_{i(i)}^*(k) - \alpha_i)^2 + 2E((\alpha_{i(i)}^*(k) - \alpha_i) \cdot \frac{\alpha_{i(i)}^*}{\lambda_i + k}) + \frac{1}{(\lambda_i + k)^2} E(\alpha_{i(i)}^{*2}) \\ &= E(\alpha_{i(i)}^*(k) - \alpha_i)^2 + \frac{2}{\lambda_i + k} \left(\frac{\lambda_i}{\lambda_i + k} \left(\frac{\sigma^2}{\lambda_i} + \alpha_i^2 \right) - \alpha_i^2 \right) \\ &\quad + \frac{1}{(\lambda_i + k)^2} \left(\frac{\sigma^2}{\lambda_i} + \alpha_i^2 \right) \\ &= E(\alpha_{i(i)}^*(k) - \alpha_i)^2 + \frac{(2\lambda_i + 1)\sigma^2}{\lambda_i(\lambda_i + k)^2} + \frac{1 - 2k}{(\lambda_i + k)^2} \alpha_i^2 \end{aligned}$$

所以, 对 $i=1, \dots, p$ 求和, 由上式可得

$$\begin{aligned} MSE(\alpha_i^*) - MSE(\alpha^*(k)) &= \sum_{i=1}^p \frac{1 - 2k}{(\lambda_i + k)^2} \alpha_i^2 + \sum_{i=1}^p \frac{(2k + 1)\sigma^2}{\lambda_i(\lambda_i + k)^2} \\ &\leq (1 - 2k) \sum_{i=1}^p \frac{\alpha_i^2}{(\lambda_i + k)^2} + \sigma^2 \sum_{i=1}^p \frac{2 + \frac{1}{\lambda_i}}{(\lambda_i + k)^2} \end{aligned}$$

因此, 要使 $MSE(\alpha_i^*) < MSE(\alpha^*(k))$, 只要

$$(1 - 2k) \sum_{i=1}^p \frac{\alpha_i^2}{(\lambda_i + k)^2} + \sigma^2 \sum_{i=1}^p \frac{2 + \frac{1}{\lambda_i}}{(\lambda_i + k)^2} < 0$$

因此当

$$k > \frac{1}{2} \left\{ 1 + \sigma^2 (\alpha' \alpha)^{-1} \sum_{i=1}^p \left(2 + \frac{1}{\lambda_i} \right) \right\} \text{ 时,}$$

$$MSE(\alpha_i^*) < MSE(\alpha^*(k))$$

2.3 约束岭估计

如果给模型(1)加一个非其次线性等式约束, 即模型变为

$$\begin{cases} Y = X\beta + \varepsilon \\ E(\varepsilon) = 0 \quad \text{cov}(\varepsilon) = \sigma^2 I_n \\ R\beta = r \end{cases} \quad (6)$$

其中 R 为 $m \times p$ 非零已知矩阵, r 为 $m \times 1$ 向量, 秩 $(R) = m$ 。

定理 2.3.1 对于线性模型 (6) 设 R 为 $m \times p$ 矩阵, 秩 $(R) = m, M(R') \subset M(X')$, 且 $R\beta = r$ 相容, 若秩 $(X) = p$, 则 $b(R) = b + S^{-1}R'(RS^{-1}R')^{-1}(r - Rb)$ 为 β 的约束最小二乘估计。

证明略。

定理 2.3.2 对于线性模型 (6) 设 R 为 $m \times p$ 矩阵, 秩 $(R) = m, M(R') \subset M(X')$, 且 $R\beta = r$ 相容, 则 β 的约束型岭估计为:

$$b(k, R) = b(k) + S_k^{-1}R'(RS_k^{-1}R')^{-1}(r - Rb(k))$$

其中 $b(k) = S^{-1}k$, $S_k = XX' + kI$

证明略。

定理 2.3.3 当 $0 < k \leq 2\sigma^2 / \beta'U\beta$ 时, 在均方意义下, 约束性岭估计 $b(k, R)$ 优于约束性最小二乘估计 $b(R)$, 其中 $U = I_p - R'(RR')^{-1}R$, U^* 为 U 的加逆号。

证明略。

3 结束语

可见, 线性模型中一些有偏估计在准则下具备比无偏估计更好的优良性。关于有偏估计, 在不同的模型下有不同的形式, 用均方误差去评估其好坏, 最主要一点是确定 k 的取值, 关于这方面的研究还在继续, 文献^[2,3]大量运用数学知识推导, 给出 k 的不同取值下均方误差的比较, 然后得出较优的估计。

参考文献:

- [1] 刘冬喜. 从约束型最小二乘估计到约束型岭估计的探索[J]. 湖南工业大学学报, 2008, (3): 40-42.
- [2] 赵天玺, 李兆勤. 回归系数的一种有偏估计[J]. 重庆工商大学学报(自然科学版), 2007, (12): 541-614.
- [3] 林路. 回归系数的综合岭估计[J]. 数理统计与应用概率, 1996, (3): 179-184.

责任编辑: 胡德明

Unbiased Estimation and Biased Estimation in the Sense of the Mean Square Error

Jing Yingchuan¹, Xiang Mingyin²

(1. Department of Mathematics, Taiyuan University of Technology, Taiyuan 030024, China;

2. Department of Mathematics, Huangshan University, Huangshan 245041, China)

Abstract: This paper discusses unbiased estimation and biased estimation in the sense of the mean square error. In linear models, some biased estimations are superior to unbiased estimation under MSE criterion.

Key words: mean square error; unbiased; parameter estimation

均方误差意义下的无偏估计与有偏估计

作者: [景英川](#), [项明寅](#)

作者单位: [景英川\(太原理工大学数学系, 山西太原, 030024\)](#), [项明寅\(黄山学院教学系, 安徽黄山, 245041\)](#)

刊名: [黄山学院学报](#)

英文刊名: [JOURNAL OF HUANGSHAN UNIVERSITY](#)

年, 卷(期): 2009, 11(5)

引用次数: 0次

参考文献(3条)

1. 刘冬喜. 从约束型最小二乘估计到约束型岭估计的探索[J]. 湖南工业大学学报, 2008, (3): 40-42.
2. 赵天玺, 李兆勤. 回归系数的一种有偏估计[J]. 重庆工商大学学报(自然科学版), 2007, (12): 541-614.
3. 林路. 回归系数的综合岭估计[J]. 数理统计与应用概率, 1996, (3): 179-184.

相似文献(10条)

1. 期刊论文 [刘彬](#), [LIU Bin](#) 均方误差意义下AUGR估计与GR估计及OLS估计的效率比较 - [西南大学学报\(自然科学版\)](#) 2007, 29(9)
在均方误差意义下, 从均方误差的结构出发, 从局部的角度比较了几乎无偏广义岭估计与广义岭估计、几乎无偏广义岭估计与最小二乘估计, 给出了几乎无偏广义岭估计优于广义岭估计以及几乎无偏广义岭估计优于最小二乘估计的充分条件.
2. 期刊论文 [刘谢进](#), [缪柏其](#), [LIU Xie-jin](#), [MIAO Bai-qi](#) 线性模型中Bayes线性无偏最小方差估计的优良性 - [中国科学技术大学学报](#) 2009, 39(3)
在均方误差矩阵准则下研究了未知参数的Bayes线性无偏最小方差(Bayes linear unbiased minimum variance estimator, BLUMV)估计相对于最小二乘(least square, LS)估计的优良性, 并讨论了3种不同相对效率的界. 在predictive Pitman closeness (PRPC) 准则下研究了BLUMV估计相对于LS估计的优良性.
3. 会议论文 [吉培荣](#), [邹红波](#), [刘鹤](#) 无偏GM(1, 1)模型与指数模型特性的比较 2006
无偏GM(1, 1)模型是在传统GM(1, 1)模型基础上的一种改进, 它实际上是一无偏差的指数模型, 相对于用回归法进行曲线拟合建立指数模型这样一种建模方法, 该方法可以认为是一种新的指数模型建模方法. 本文研究了这两种模型的模型特性, 得到了一些有价值的结论, 这些结论有助于无偏灰色预测模型在有关领域中的应用.
4. 期刊论文 [邹红波](#), [吉培荣](#), [袁显宝](#) 无偏GM(1, 1)模型与指数方程模型比较 - [三峡大学学报\(自然科学版\)](#) 2004, 26(1)
无偏GM(1, 1)模型是在传统GM(1, 1)模型基础上的一种改进, 它实际上是一无偏差的指数模型, 相对于用回归法进行曲线拟合建立指数方程模型这样一种建模方法, 该方法可以认为是一种新的指数模型建模方法. 通过理论分析和实例计算对这两种模型进行了比较.
5. 期刊论文 [唐燕武](#) 线性回归模型参数估计的几种方法 - [安庆师范学院学报\(自然科学版\)](#) 2004, 10(4)
本文讨论了线性统计模型参数的几种估计方法及其优缺点.
6. 期刊论文 [武晓玥](#), [郭宝龙](#), [唐璐](#), [李雷达](#), [Wu Xiaoyue](#), [Guo Baoiong](#), [Tang Lu](#), [Li Leida](#) 一种新的基于非下采样Contourlet变换的自适应图像去噪算法 - [光学学报](#) 2009, 29(8)
提出了一种新的结合非下采样Contourlet变换(NSCT)和斯坦无偏风险估计(SURE)的自适应图像去噪方法. 通过NSCT对含噪图像进行分解, 根据斯坦无偏风险估计准则对分解后的噪声图像进行均方误差E<MS>估计, 并依据得到的E<MS>构造线性自适应阈值方程, 对含噪图像的每一个分解子带进行阈值去噪. 对自适应阈值去噪后的图像分解子带进行重构, 得到去噪图像. 实验结果表明, 该方法可以有效地消除标准图像和自然图像中的噪声, 在去噪图像峰值信噪比(PSNR)和边缘保持性能上都优于已有算法.
7. 期刊论文 [赵娟](#), [朱允民](#), [马洪](#) 线性模型下输入矩阵的最优设计 - [四川大学学报\(自然科学版\)](#) 2002, 39(3)
线性无偏最小方差估计与最优加权最小二乘估计是线性模型下两种最常用的估计方法. 前者估计性能优于后者, 但需要被估计量的一、二阶矩信息. 作者深入讨论了这两种估计的关系, 得到了二者在均方误差意义下等价的充要条件, 进而找到一种设计输入矩阵的方法, 使得在先验信息缺乏的条件下, 仍可利用最优加权最小二乘估计达到与线性无偏最小方差估计一样优越的估计性能, 避免了获取先验信息的困难, 同时保持了估计的最优性.
8. 期刊论文 [莫建林](#), [张卫东](#), [许晓鸣](#) 基于三阶累积量的闭环辨识 - [上海交通大学学报](#) 2001, 35(8)
将高阶累积量对具有高斯分布特性的(白色或有色)随机噪声的强烈抑制特性, 用于辨识开环条件下的干扰, 一些文献中提出了基于高阶累积量的改进均方辨识准则(MSE). 针对三阶累积量的情形, 探讨了该准则在噪声干扰下闭环辨识中的适用性. 理论分析表明, 扩展到闭环情形下的MSE辨识准则等价于无噪声干扰下对象处于开环情形时的均方误差辨识准则. 该方法可获得处于闭环运行状态下对象的新进无偏参数估计; 当对象采用ARMA模型时, 可获得相应的线性递推辨识算法. 仿真实验证明了该算法的有效性.
9. 期刊论文 [尹留志](#), [余瑶](#), [YIN Liu-zhi](#), [YU Yao](#) 新权值的权估计及其方差分析 - [中国科学技术大学学报](#) 2008, 38(11)
运用Zhang处理方差的技巧来研究均值的估计问题, 对加权平均的均值, 尤其是解决测量样本量不同的样本问题, 提出了一个新的具有无偏性的估计, 并且通过模拟说明, 在多数情况下, 特别是当样本量很大时, 这个新的估计具有较小的偏差和均方误差. 然后, 针对这个均值估计的方差, 又给出了一个合适的估计, 而且说明其稳健性. 最后将此估计与bootstrap方法所得到的结果进行比较.
10. 期刊论文 [傅惠民](#), [FU HuiMin](#) 递进自回归预测方法 - [机械强度](#) 2006, 28(1)

提出递进自回归预测方法,其中包括递进自回归模型、递进自回归滑动平均模型、递进时变自回归模型、递进时变自回归滑动平均模型、递进回归-自回归模型.建立时间序列的递进预测公式,给出其最佳无偏预测,并推导出递进均方误差计算公式和高置信水平的递进预测区间估计.该方法是以逐步线性形式表示的一种非线性预测,既具有线性预测的简单性,又具有非线性预测精度高的特点.它不但可用于平稳时间序列预测,而且还可用于非平稳时间序列预测、确定性时间序列预测和小样本预测.此外,文中还给出时间序列线性组合及乘积的预测方法.并通过加权累加、倒数变换等方法,对观测值进行映射变换,使其呈现出更强的规律性,以进一步提高预测精度.

本文链接: http://d.wanfangdata.com.cn/Periodical_hsxxyb200905004.aspx

下载时间: 2010年3月22日