分布时滞模糊 Hopfield 神经网络周期解的指数稳定性

符素云,陈立平,吴然超
(安徽大学 数学科学学院,安徽 合肥 230039)

摘　要:对一类具有分布时滞的 Hopfield 模糊神经网络模型,在假设激励函数是全局 Lipschitz 连续的条件下,应用 Lyapunov 稳定性理论等分析的方法,研究了此类模型周期解的存在性与指数稳定性,得到了唯一周期解存在与指数稳定的充分条件,并举实例说明它的有效性。

关键词:模糊 Hopfield 神经网络;分布时滞;周期解;指数稳定性

中图分类号:O175.1　　**文献标识码**:A　　**文章编号**:1672-447X(2009)05-0007-03

1 引　言

Hopfield 神经理论大量应用于图象处理、信号传输、模式识别等方面,因此吸引了众多学者的关注,并且研究出丰硕的理论成果。[1-4]自 1996 年 T. Yang 和 L.B.Yang 等把模糊逻辑和传统的细胞神经网络结合起来,形成了模糊细胞神经网络且获得了一些关于此网络的稳定性的结论。将模糊逻辑理论和 Hopfield 神经网络结合在一起便形成模糊 Hopfield 神经网络,[5,6] 它是一种带有自反馈连接的网络模型。该网络的神经元对应于模式集合中的元素,模式间的模糊相似关系作为连接神经的权值矩阵存储在模糊 Hopfield 神经网中,[7]这类模型在实践中具有很大的应用价值。文[6-8]分别研究了模糊细胞神经网络和模糊 BAM 神经网络的周期解问题,但是关于模糊 Hopfield 神经网络周期解的研究成果还是很少。本文应用 Lyapunov 稳定性理论等分析的方法,获得了关于周期解存在性、指数稳定性的结论。

考虑如下模糊 Hopfield 神经网络:

$$\dot{x}_i(t)=-c_ix_i(t)+\sum_{j=1}^{n}a_{ij}f_j(x_j(t))+\bigwedge_{j=1}^{n}\alpha_{ij}\int_0^{+\infty}k_{ij}(s)f_j(x_j(t-s))ds$$
$$\bigwedge_{j=1}^{n}T_{ij}u_j(t)+\bigvee_{j=1}^{n}\beta_{ij}\int_0^{+\infty}k_{ij}(s)f_j(x_j(t-s))ds+\bigvee_{j=1}^{n}H_{ij}u_j(t)+I_i(t) \quad (1)$$

其中c_i为反馈项,a_{ij}是第j个神经到第 i神经的连接权,α_{ij}、β_{ij}、T_{ij}和 H_{ij}分别表示模糊向后最小模板元素、模糊向后最大模板元素、模糊向前最小模板元素、模糊向前最大模板元素,$\wedge$和$\vee$分别表示模糊 and 和 or 算子,$I_i(t)$表示第 i个神经元的外部偏差且是 ω 周期的,$u_j(t)$也是 ω 周期的,f_j是激励函数。在本文中假设f_j是全局 Lipschitz 连续,Lipschitz 常数为L_j,即对于任意的 $x,y\in R$有$|f_j(x)-f_j(y)|\le L_j|x-y|$,$k_{ij}(s)$是定义在$[0,+\infty]$上的非负函数,且$\int_0^{\infty}k_{ij}(s)ds=1$, $\int_0^{\infty}k_{ij}(s)e^{\mu s}ds<\infty$,记系统(1)的初值为$x_i(s)=\phi_i(s)$, $s\in(-\infty,0]$,$i=1,2,\dots n$,ϕ 是 $(-\infty,0]$ 到R^n上的连续有界映射。

为了方便起见,本文在此先引入一些符号、定义和引理。

记$x(t,\phi)=(x_1(t,\phi),x_2(t,\phi),\dots,x_n(t,\phi))^T$ 为系统(1)的解,定义$x_t(\phi)=x(t+\theta,\phi)$,$\theta\in(-\infty,0]$,$t\ge0$,则有$x_t(\phi)\in C$,定义它的范数为

收稿日期:2009-05-28

基金项目:安徽省自然科学基金资助(070416225),安徽省教育厅自然科学基金重点资助(KJ2007A003, KJ2008A025)

作者简介:符素云(1986-),安徽无为人,安徽大学数学科学学院在读硕士研究生,研究方向为神经网络;
陈立平(1984-),安徽安庆人,安徽大学数学科学学院在读硕士研究生;
吴然超(1971-),安徽六安人,博士,研究方向为动力系统。

$$\| x_t \| = \sup_{-\infty<\theta\le 0} \max_{1\le i\le n} | \phi_i(t+\theta) |。$$

$C=C((-\infty,0],R^n)$为所有从 $(-\infty,0]$ 到R^n上的连续有界映射的全体,其上定义的范数如下:

$$\| \phi \| = \sup_{-\infty\le\theta\le 0} \| \phi(\theta) \| = \sup_{-\infty\le\theta\le 0} \max_{1\le i\le n} | \phi_i(\theta) |。$$

定义 1 若存在常数 $k>0, M\ge 1$, 使得对于系统(1)初值为ϕ,φ 的两个解$x(t,\phi), x(t,\varphi)$ 成立:

$$| x(t,\phi)-x(t,\varphi) \| \le M \| \phi-\varphi \| e^{-kt}, \quad t\ge 0 \qquad (2)$$

则系统(1)是全局指数稳定的。

引理 1[8] 设x,y是系统(1)的两个状态,则有

$$| \bigwedge_{j=1}^{n} \alpha_{ij} f_j(x_j) - \bigwedge_{j=1}^{n} \alpha_{ij} f_j(y_j) | \le \sum_{j=1}^{n} | \alpha_{ij} \| f_j(x_j)-f_j(y_j) |$$

$$| \bigvee_{j=1}^{n} \beta_{ij} f_j(x_j) - \bigvee_{j=1}^{n} \beta_{ij} f_j(y_j) | \le \sum_{j=1}^{n} | \beta_{ij} \| f_j(x_j)-f_j(y_j) | \qquad (3)$$

2 主要结果

定理 存在一组正数 $\lambda_i, i=1,2..n$, 使得下式成立

$$\lambda_i c_i > L_i \sum_{j=1}^{n} \lambda_j (| a_{ji} |+| \alpha_{ji} |+| \beta_{ji} |) \qquad (4)$$

则系统(1)存在唯一周期解且是全局指数稳定的。

证明:令 $y_i(t)=x_i(t,\phi)-x_i(t,\varphi)$,其中 $x(t,\phi), x(t,\varphi)$, 是系统(1)的任意两个解,则系统(1)变为

$$\dot{y}_i(t) = -c_i y_i(t) + \sum_{j=1}^{n} a_{ij} g_j(y_j(t)) + \bigwedge_{j=1}^{n} \alpha_{ij} \int_0^{+\infty} k_{ij}(s) g_j(y_j(t-s)) ds + \bigvee_{j=1}^{n} \beta_{ij} \int_0^{+\infty} k_{ij}(s) g_j(y_j(t-s)) ds$$

其中 $g_j(y_j(t)) = f_j(x_j(t,\phi)) - f_j(x_j(t,\varphi)) \quad i=1,2,\ldots\ldots n$。

由(4)式知存在一个$\varepsilon>0$,对于$i=1,2,3,\ldots,n$ 有

$$\lambda_i(c_i-\varepsilon) > L_i \sum_{j=1}^{n} \lambda_j \{ | a_{ji} | + (| \alpha_{ji} |+| \beta_{ji} |) \int_0^{+\infty} k_{ji}(s) e^{\varepsilon s} ds \} \qquad (5)$$

构造如下的 Lyapunov 函数

$$V(t) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \{ | y_i(t) | e^{\varepsilon t} + \sum_{j=1}^{n} (| \alpha_{ij} |+| \beta_{ij} |) L_j \int_0^{+\infty} k_{ij}(s) \int_{t-s}^{t} | y_j(r) | e^{\varepsilon(r+s)} dr ds \}$$

则有

$$\begin{aligned} D^+V(t) &= \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \{ D^+ | y_i(t) | e^{\varepsilon t} + \varepsilon e^{\varepsilon t} | y_i(t) | \\ &\quad + \sum_{j=1}^{n} (| \alpha_{ij} |+| \beta_{ij} |) L_j \int_0^{+\infty} k_{ij}(s) | y_j(t) | e^{\varepsilon(t+s)} ds \\ &\quad - \sum_{j=1}^{n} (| \alpha_{ij} |+| \beta_{ij} |) L_j \int_0^{+\infty} k_{ij}(s) | y_j(t-s) | e^{\varepsilon t} ds \} \\ &\le \sum_{i=1}^{n} \lambda_i e^{\varepsilon t} \{ (\varepsilon-c_i) | y_i(t) | + \sum_{i=1}^{n} | a_{ij} | L_j | y_j(t) | \\ &\quad + \sum_{j=1}^{n} (| \alpha_{ij} |+| \beta_{ij} |) L_j | y_j(t) | \int_0^{+\infty} k_{ij}(s) e^{\varepsilon s} ds \\ &= e^{\varepsilon t} \sum_{i=1}^{n} \{ \lambda_i(\varepsilon-c_i) \\ &\quad - L_i \sum_{j=1}^{n} \lambda_j [| a_{ji} | + (| \alpha_{ji} |+| \beta_{ji} |) \int_0^{+\infty} k_{ji}(s) e^{\varepsilon s} ds] \} | y_i(t) | \end{aligned}$$

由(5)知 $D^+V(t)\le 0$,即有$V(t)\le V(0)$,而

$$V(t) \ge e^{\varepsilon t} \sum_{i=1}^{n} \lambda_i | y_i(t) | \ge e^{\varepsilon t} \| y(t) \| \min_{1\le i\le n} \{ \lambda_i \},$$

$$\begin{aligned} V(0) &= \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \{ | y_i(0) | \\ &\quad \sum_{j=1}^{n} (| \alpha_{ij} |+| \beta_{ij} |) L_j \int_0^{+\infty} k_{ij}(s) \int_{-s}^{0} | \phi_j(0) | e^{\varepsilon(r+s)} dr ds \} \\ &\le \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \{ 1 + \frac{1}{\varepsilon} \sum_{j=1}^{n} (| \alpha_{ij} |+| \beta_{ij} |) L_j \int_0^{+\infty} k_{ij}(s)(e^{\varepsilon s}-1) ds \} \| y(0) \| \end{aligned}$$

于是有:

$$\| x(t,\phi)-x(t,\varphi) \| \le M \| \phi-\varphi \| e^{-\varepsilon t} \qquad (6)$$

其中

$$M = [\min_{1\le i\le n} \{ \lambda_i \}]^{-1} \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \{ 1 + \frac{1}{\varepsilon} \sum_{j=1}^{n} (| \alpha_{ij} |+| \beta_{ij} |) L_j \int_0^{+\infty} k_{ij}(s)(e^{\varepsilon s}-1) ds \}。$$

所以系统(1)是全局指数稳定的。

下面证明系统(1)有唯一个 ω 周期解。对于系统(1)的每个解 $x(t,\phi)$,如下定义 $x(t,\phi)$:

$x_t(\phi)(\theta) = x(t+\theta,\phi)$, $\theta\in(-\infty,0]$,

则有 $x_t(\phi)\in C((-\infty,0],R^n)$,

作一个映射 $P: C\to C \quad P\phi \mapsto x_\omega(\phi)$,

对于系统(1)的任意两个解 $x(t,\phi)$ 、$x(t,\varphi)$,设 $\varepsilon>0$ 满足(5)且存在正整数N使得

$$M(\varepsilon) e^{-\varepsilon(N-1)\omega} < \frac{1}{3},$$

于是 $\| P^N\phi - P^N\varphi \| \le M(\varepsilon) e^{-\varepsilon(N-1)\omega} \| \phi-\varphi \| \le \frac{1}{3} \| \phi-\varphi \|$。

由此可知P^N是C上的一压缩映射,故有唯一的一个不动点不妨设为$\psi\in C$,而 $P^N(P\psi) = P(P^N\psi) = \psi$,即 $P\psi$也是 P^N的一个不动点,所以有 $P\psi=\psi$。设系统(1)通过点 $(0,\psi)$ 的解 $x_{t+\omega}(\psi) = x_t(x_\omega(\psi)) = x_\omega(\psi)$,即 $x(t,\psi)$ 是一个 ω 周期解。由第一部分证明知对于系统(1)的任意一个解$x(t,\phi)$有

$$\| x(t,\phi)-x(t,\psi) \| \le M(\varepsilon) \| \phi-\psi \| e^{-\varepsilon t}。$$

综上所述定理成立。

在上述定理中取$\lambda_i=1, i=1,2,\ldots n$,即得如下推论:

推论 若 $c_i > L_i \sum_{j=1}^{n} [| a_{ji} | + (| \alpha_{ji} |+| \beta_{ji} |)]$ 成立,则系统(1)存在唯一周期解且全局指数稳定。

3 数值例子

考虑下面二维模糊 hopfield 神经网络

$$\dot{x}_1(t)=-c_1x_1(t)+\sum_{j=1}^{2}a_{1j}f_j(x_j(t))+\bigwedge_{j=1}^{2}\alpha_{1j}\int_0^{+\infty}k_{1j}(s)f_j(x_j(t-s))ds$$

$$\bigwedge_{j=1}^{2}T_{1j}u_j+\bigvee_{j=1}^{2}\beta_{1j}\int_0^{+\infty}k_{1j}(s)f_j(x_j(t-s))ds+\bigvee_{j=1}^{2}H_{1j}u_j+I_1(t)$$

$$\dot{x}_2(t)=-c_2x_2(t)+\sum_{j=1}^{2}a_{2j}f_j(x_j(t))+\bigwedge_{j=1}^{2}\alpha_{2j}\int_0^{+\infty}k_{2j}(s)f_j(x_j(t-s))ds$$

$$\bigwedge_{j=1}^{2}T_{2j}u_j+\bigvee_{j=1}^{2}\beta_{2j}\int_0^{+\infty}k_{2j}(s)f_j(x_j(t-s))ds+\bigvee_{j=1}^{2}H_{2j}u_j+I_2(t)$$

其中 $c_1=c_2=2,\begin{pmatrix}a_{11}&a_{12}\\a_{21}&a_{22}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0.5&0.2\\0.3&0.4\end{pmatrix},$

$$\alpha=\begin{pmatrix}\alpha_{11}&\alpha_{12}\\\alpha_{21}&\alpha_{22}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0.25&-0.25\\0.25&0.25\end{pmatrix},$$

$$\beta=\begin{pmatrix}\beta_{11}&\beta_{12}\\\beta_{21}&\beta_{22}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0.25&0.25\\-0.25&0.25\end{pmatrix},$$

$$f_1=f_2=\tanh(\cdot),L_1=L_2=1$$ 。

通过简单的计算可得

$$L_1\sum_{j=1}^{2}(|a_{j1}|+|\alpha_{j1}|+|\beta_{j1}|)=1.3<2=c_1,$$

$$L_2\sum_{j=1}^{2}(|a_{j2}|+|\alpha_{j2}|+|\beta_{j2}|)=1.1<2=c_2。$$

由推论知该系统周期解存在且是指数稳定的。

参考文献:

[1]A.Cichocki, R.Unbehauen, Networks for Optimization and Signal[M].Processing,Wiley,1993:20–23.

[2] Liu Yiguang, You Zhisheng, Cao Liping, On the almost periodic solution of generalized Hopfield neural networks with time-varying delays [J]. Neurocomputing, 2006, 69: 1760–1767.

[3] Zhang Qiang, Wei Xiaopeng, Xu Jin, Delay-dependent global stability results for delayed Hopfield neural networks[J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2007, 34(2): 662–668.

[4] Eric C.C. Tsang, S.S. Qiu, Daniel S. Yeung, Stability analysis of a discrete Hopfield neural network with delay [J]. Neurocomputing , 2007, 70:2598–2602.

[5] Wang Jian, Lu Junguo, Global exponential stability of fuzzy cellular neural networks with delays and reaction-diffusion terms [J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2008, 38: 878–885.

[6] Yuan Kun, Cao Jinde, Deng Jianming, Exponential stability and periodic solutions of fuzzy cellular neural networks with time-varying delays [J]. Neurocomputing, 2006, 69(13–15): 1619–1627.

[7] 王士同.模糊系统,模糊神经网络及应用程序设计[M].上海:上海科学技术文献出版社,1997:3.

[8] Huang Tingwen, Huang Yu, Li Chuandong, Stability of periodic solution in fuzzy BAM neural networks with finite distributed delays [J]. Neurocomputing, 2008, 71: 3064–3069.

[9] Yang T, Yang L.B, The global stability of fuzzy cellular neural network [J].IEEE Trans Circ Syst I, 1996, 43:880–883.

责任编辑:胡德明

Exponential Stability of Periodic Solutions in Fuzzy Hopfield Neural Networks with Distributed Delays

Fu Suyun, Chen Liping, Wu Ranchao

(School of Mathematics, Anhui University, Hefei 230039, China)

Abstract: In this paper, a type of fuzzy Hopfield neural network (FHNN) with distributed delays is discussed. Based on the supposition that excitation functions are Lipschitz continuous functions, sufficient conditions for the existence and the exponential stability of periodic solutions are obtained by using analytic methods such as the stability of Lyapunov. An illustrative example is given to demonstrate the effectiveness of the obtained results.

Key words: fuzzy Hopfield neural networks; distributed delays; periodic solutions; exponential stability

分布时滞模糊Hopfield神经网络周期解的指数稳定性

作者： 符素云， 陈立平， 吴然超
作者单位： 安徽大学数学科学学院,安徽合肥,230039
刊名： 黄山学院学报
英文刊名： JOURNAL OF HUANGSHAN UNIVERSITY
年，卷(期)： 2009，11(5)

参考文献(9条)

1. A.Ciehocki,R.Unbehauen,Networks for OptimiTation and Signal[M].Processing,Wiley,1993:20-23.

2. Liu Yiguang,You Zhisheng,Cao Liping,On the almost periodic solution of generalized Hopfield neural networks with time-varying delays[J].Neurocomputing,2006,69:1760-1767.

3. Zhang Qiang,Wei Xiaopeng,Xu Jin,Delay--dependent global stability results for delaved Hopfield neural networks[J].Chaos,Solitom & Fractals,2007,34(2)662-668.

4. Eric C.C.Tsang,S.S.Qiu,Daniel S.Yeung,Stability analysis of a discrete Hopfield neural network with delay[J].Neurocomputmg,2007,70:2598-2602.

5. Wang Jiaa,Lu Junguo,Global exponential stability of fuzzy cellular neural networks with dehys and reaction-diffusion terms[J].Chaos,Solitons & Fractals,2008,38:878-885.

6. Yuan Kun,Cao Jinde,Deng Jianming,Exponentialstability and periodic solutions of fuzzy cellular neural networks with time-varying delays[J].Neurceomputing,2006,69(13-15):1619-1627.

7. 王士同.模糊系统,模糊神经网络及应用程序设计[M].上海:上海科学技术文献出版社,1997:3.

8. Huang Tingwen,Huang Yu,Li Chuandong,Stability of periodic solution in fuzzy BAM neural networks with finite distributed delays[J].Neurceompufing,2008,71:3064-3069.

9. Yang T,Yang LB,The global stability of fuzzy cellular neural network[J].IEEE Tram Circ Syst I,1996,43:880-883.

相似文献(0条)