

圆形刚性承载板下横观各向同性地基问题的解析解

高雪冰¹, 顿志林²

(1. 黄山学院 建筑系, 安徽 黄山 245041; 2. 河南理工大学 土木工程学院, 河南 焦作 454000)

摘要:从横观各向同性弹性体轴对称问题的基本方程出发, 对各向同性下的 Love 位移函数进行了重新修正, 采用位移解法的基本原理, 利用 Hankel 积分变换和其反演变换以及 Bessel 函数理论, 得到了材料特征值 $s_1=s_2=s$ 时, 圆形刚性承载板下横观各向同性地基的位移与应力分量的解析解。

关键词:横观各向同性; 轴对称; 位移法; Hankel 变换

中图分类号: TU470.3 **文献标识码:** A **文章编号:** 1672-447X(2010)03-0072-04

0 引言

目前, 在地基基础工程设计中, 应用最广泛的是 Winkler 模型和弹性半空间地基模型, 但实际地基并不是均质各向同性、理想的半无限体。由于各种原因, 天然地基在形成过程中一般都具有固有的横观各向同性, 如在沉积过程中形成的层状结构黏性土、页岩等, 不同薄层内的矿物成份及物理力学性质是不同的。Simons、King、Selvadurai^[1-3]等许多学者认为成层均匀的横观各向同性弹性半空间可以表示范围广泛的地基。其中弹性体轴对称应力分析问题在工程中有重要意义, 苏联学者 Lekhnitskii^[4]于 1940 年给出了横观各向同性体轴对称问题的通解, Eubanks 和 Sterberg^[5]从位移表示的平衡方程出发, 于 1954 年系统地推导了 Lekhnitskii 解。胡海昌^[6]、丁皓江^[7]、王伟^[8]等对此问题也做了大量的工作。

如果作用在地基表面上的基础很厚, 则这一类型的基础接近于刚性基础, 目前及将来随着高层建筑的增多, 刚性基础也会日益增加, 因此对刚性承载板下横观各向同性地基的位移与应力分布作进一步的研究是有必要的。基于此, 本文通过对各向

同性下的 Love 位移函数重新修正, 采用位移解法的基本原理, 同时利用 Hankel 积分变换和其反演变换和 Bessel 函数理论,^[9] 讨论了当材料特征值 $s_1=s_2=s$ 时, 圆形刚性承载板下横观各向同性地基的位移与应力分布。

1 基本方程

对于横观各向同性轴对称问题, 其平衡微分方程为(不考虑体积力):

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\tau_{rz}}{r} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

将几何方程代入横观各向同性轴对称问题的本构方程, 即可得到用位移分量表示的物理方程为:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= d_{11} \frac{\partial u}{\partial r} + d_{12} \frac{u}{r} + d_{13} \frac{\partial w}{\partial z} \\ \sigma_\theta &= d_{21} \frac{\partial u}{\partial r} + d_{22} \frac{u}{r} + d_{23} \frac{\partial w}{\partial z} \\ \sigma_z &= d_{31} \frac{\partial u}{\partial r} + d_{32} \frac{u}{r} + d_{33} \frac{\partial w}{\partial z} \\ \tau_{rz} &= d_{44} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} \right) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中

收稿日期: 2010-01-20

基金项目: 黄山学院科学研究基金资助(2007xkjq001)

作者简介: 高雪冰(1980-), 河南永城人, 黄山学院建筑系教师, 硕士, 研究方向为岩土工程;

顿志林(1964-), 河南杞县人, 河南理工大学教授, 研究方向为岩土工程。

$$d_{11} = \lambda n(1 - n\mu_2^2), \quad d_{12} = \lambda n(\mu_1 + n\mu_2^2),$$

$$d_{13} = \lambda n\mu_2(1 + \mu_1), \quad d_{33} = \lambda(1 - \mu_1^2),$$

$$d_{66} = G_2, \quad n = \frac{E_1}{E_2}, \quad \lambda = \frac{E_2}{(1 + \mu_1)(1 - \mu_1 - 2n\mu_2^2)}.$$

E_1, μ_1 为横观各向同性面 (xoy 平面) 内的弹性模量和泊松比, E_2, μ_2 为垂直横观各向同性面 (z 轴方向) 内的弹性模量和泊松比, G_2 为垂直横观各向同性面 (z 轴方向) 内的剪切模量。

只要测定出横观各向同性地基的 5 个独立的工程弹性常数 $E_1, E_2, \mu_1, \mu_2, G_2$ 即可得到 (2) 式中的参数 d_{ij} 的值。

2 位移解法

采用位移法求解弹性空间问题的关键是确定合适的位移函数,使它满足与其相应的位移分量关系。文献^[10]对 Love 位移函数重新修正后的位移函数为:

$$u_r = -\frac{\partial^2 \psi(r, z)}{\partial r \partial z}$$

$$w = \left[a_1 \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) + b_1 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] \psi(r, z) \quad (3)$$

由 (1)、(2)、(3) 式可求得与工程弹性常数有关的常数 a_1, b_1 及横观各向同性轴对称问题的相容方程:

$$a_1 = \frac{d_{11}}{d_{13} + d_{66}}, \quad b_1 = \frac{d_{66}}{d_{13} + d_{66}} \quad (4)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{s_1^2 \partial z^2} \right) \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{s_2^2 \partial z^2} \right) \psi(r, z) = 0 \quad (5)$$

在此采用 C.T 勒克尼茨开记号 s_1, s_2 , 称之为材料特征值, 其中:

$$s_{1,2}^2 = \frac{[d_{66}^2 + d_{11}d_{33} - (d_{13} + d_{66})^2] \pm \sqrt{[d_{66}^2 + d_{11}d_{33} - (d_{13} + d_{66})^2]^2 - 4d_{11}d_{33}d_{66}^2}}{2d_{13}d_{66}}$$

将 (3) 式代入 (2) 式即可得到应力分量与位移函数之间的关系为:

$$\sigma_r = \frac{\partial}{\partial z} \left[a_0 \frac{\partial^2}{\partial r^2} + b_0 \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + c_0 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] \psi(r, z)$$

$$\sigma_\theta = \frac{\partial}{\partial z} \left[b_0 \frac{\partial^2}{\partial r^2} + a_0 \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + c_0 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] \psi(r, z)$$

$$\sigma_z = \frac{\partial}{\partial z} \left[d_0 \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) + e_0 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] \psi(r, z)$$

$$\tau_{rz} = \frac{\partial}{\partial r} \left[-a_0 \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) - c_0 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] \psi(r, z) \quad (6)$$

式中

$$a_0 = -\frac{d_{11}d_{66}}{d_{13} + d_{66}}, \quad c_0 = \frac{d_{13}d_{66}}{d_{13} + d_{66}},$$

$$d_0 = \frac{d_{11}d_{33}}{d_{13} + d_{66}} - d_{13}, \quad e_0 = \frac{d_{33}d_{66}}{d_{13} + d_{66}}.$$

根据材料特征值 s_1, s_2 之间的关系有两种情况, 对于材料特征值 $s_1 \neq s_2$ 时, 文献^[10]已作了详细的论述, 在此仅对 $s_1 = s_2 = s$ 这一特殊情况进行讨论。

2.1 位移和应力分量的一般表达式

对相容方程 (5) 式进行 Hankel 积分变换及其反演公式, 即可得:

$$\bar{\psi}(\xi, z) = (A_\xi + B_\xi z)e^{-s\xi z} + (C_\xi + D_\xi z)e^{s\xi z}$$

$$\psi(r, z) = \int_0^\infty \xi \bar{\psi}(\xi, z) J_0(\xi r) d\xi \quad (7)$$

运用 Bessel 函数的性质和其导函数的 Hankel 变换, 将 $\psi(r, z)$ 对 r, z 求导, 再将其代入 (3)、(6) 式, 即可得到横观各向同性轴对称问题的位移和应力分量的一般表达式 (在此仅列出 $\mu_r, w, \sigma_r, \sigma_z, \tau_{rz}$):

$$\mu_r = \int_0^\infty \left\{ [(1 - s\xi z)B_0 - sA_0]e^{-s\xi z} + [(1 + s\xi z)D_0 + sC_0]e^{s\xi z} \right\} J_1(\xi r) d\xi$$

$$w = -\frac{d_{11}}{d_{13} + d_{66}} \int_0^\infty [(A_0 + B_0\xi z)e^{-s\xi z} + (C_0 + D_0\xi z)e^{s\xi z}] J_0(\xi r) d\xi + \frac{d_{66}}{d_{13} + d_{66}} \int_0^\infty s \left\{ [sA_0 - (2 - s\xi z)B_0]e^{-s\xi z} + [sC_0 + (2 + s\xi z)D_0]e^{s\xi z} \right\} J_0(\xi r) d\xi$$

$$\sigma_r = -d_0 \int_0^\infty \xi \left\{ [(1 - s\xi z)B_0 - sA_0]e^{-s\xi z} + [(1 + s\xi z)D_0 + sC_0]e^{s\xi z} \right\} J_0(\xi r) d\xi + e_0 \int_0^\infty s^2 \xi \left\{ [(3 - s\xi z)B_0 - sA_0]e^{-s\xi z} + [(3 + s\xi z)D_0 + sC_0]e^{s\xi z} \right\} J_0(\xi r) d\xi$$

$$\sigma_z = c_0 \int_0^\infty s \xi \left\{ -(2 - s\xi z)B_0 - sA_0 \right\} e^{-s\xi z} + [(2 + s\xi z)D_0 + sC_0]e^{s\xi z} J_1(\xi r) d\xi - a_0 \int_0^\infty \xi [(A_0 + B_0\xi z)e^{-s\xi z} + (C_0 + D_0\xi z)e^{s\xi z}] J_1(\xi r) d\xi \quad (8)$$

由于 A, B, C, D 是 ξ 的函数, 上式中 $A_0 = A\xi^3, B_0 = B\xi^2, C_0 = C\xi^3, D_0 = D\xi^2$ 。

2.2 任意轴对称垂直荷载作用下的一般解

若横观各向同性地基表面 ($z=0$) 上作用有轴对称垂直荷载, 如图 1 所示, 则边界条件为:

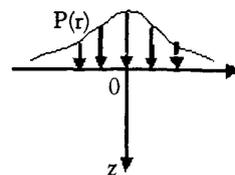


图 1 轴对称垂直荷载作用下横观各向同性地基

$$\sigma_z|_{z=0} = p(r) \tag{a}$$

$$\tau_{rz}|_{z=0} = 0 \tag{b}$$

又因当 r 和 z 无限增大时所有的位移和应力分量都趋近于零,即:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} [\mu_r, w, \sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z, \tau_{rz}] = 0 \tag{c}$$

$$\lim_{z \rightarrow \infty} [\mu_r, w, \sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z, \tau_{rz}] = 0 \tag{d}$$

有 Bessel 函数的性质知,当 $r \rightarrow \infty$ 时, $J_0(\xi z)$ 和 $J_1(\xi z)$ 都趋近于零,所有的位移和应力分量(8)式都满足(c)式的要求,只有 $C_0=D_0=0$ 时,才能使 z 当无限增大时满足(d)式的要求。

将 $C_0=D_0=0$ 和 $z=0$ 代入(8)式中的 σ_r 和 τ_{rz} 的积分表达式,同时利用 Hankel 变换,则表面边界条件(a)、(b)可写成以下形式:

$$\left. \begin{aligned} \int_0^\infty \xi (C_1 B_0 - C_4 A_0) J_0(\xi r) d\xi &= p(r) \\ \int_0^\infty \xi (C_3 A_0 - C_2 B_0) J_1(\xi r) d\xi &= 0 \end{aligned} \right\} \tag{9}$$

式中

$$C_1 = 3s^2 e_0 - d_0, C_2 = 2sc_0, C_3 = s^2 c_0 - a_0, C_4 = s(s^2 e_0 - d_0),$$

$$C_5 = s^2 e_0 (s^2 c_0 - 3a_0), C_6 = d_0 (s^2 c_0 + a_0), A_0 = \frac{C_2 \bar{p}(\xi)}{C_5 + C_6}$$

$$B_0 = \frac{C_3 \bar{p}(\xi)}{C_5 + C_6}, \bar{p}(\xi) = \int_0^\infty r p(r) J_0(\xi r) dr$$

将 A_0 和 B_0 的表达式及 $C_0=D_0=0$ 代入(8)式即可得到任意轴对称垂直荷载作用下横观各向同性地基位移和应力分量的一般表达式:

$$\left. \begin{aligned} \mu_r &= C_0 \int_0^\infty \xi \left\{ (1-s\xi z) C_3 - sC_2 \right\} e^{-\xi z} \bar{p}(\xi) J_1(\xi r) d\xi \\ w &= \frac{C_0}{d_{13} + d_{66}} \int_0^\infty \xi \left\{ (s^2 d_{66} - d_{11}) C \right\} \\ &\quad + \left\{ (s^2 d_{66} - d_{11}) \xi z - 2s d_{66} \right\} C_3 e^{-\xi z} \bar{p}(\xi) J_0(\xi r) d\xi \\ \sigma_z &= C_0 \int_0^\infty \xi \left\{ (s d_0 - s^3 e_0) C \right\} \\ &\quad + \left\{ (s d_0 - s^3 e_0) \xi z - (d_0 - 3s^2 e_0) \right\} C_3 e^{-\xi z} \bar{p}(\xi) J_0(\xi r) d\xi \\ \tau_{rz} &= C_0 \int_0^\infty \xi \left\{ (s^2 c_0 - a_0) C \right\} \\ &\quad + \left\{ (s^2 c_0 - a_0) \xi z - 2s c_0 \right\} C_3 e^{-\xi z} \bar{p}(\xi) J_1(\xi r) d\xi \end{aligned} \right\} \tag{10}$$

其中
$$C_0 = \frac{1}{C_5 + C_6}$$

从(10)式可知,当轴对称垂直荷载 $p(r)$ 已知时,通过上式就可以得到该荷载作用下的具体解。

3 圆形刚性承载板下横观各向同性地基的解

当材料特征值 $s_1 \neq s_2$ 时,文献^[1]对此问题已作了探讨。在此仅对 $s_1=s_2=s$ 这一特殊情况对该问题进行

讨论。圆形(r_0 为半径)刚性承载板下荷载分布的形式如图2所示。

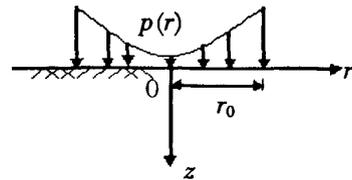


图2 圆形刚性承载板下横观各向同性地基其荷载形式如下:

$$p(r) = \begin{cases} \frac{p}{2} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{r}{r_0}\right)^2}} & (r < r_0) \\ 0 & (r > r_0) \end{cases}$$

荷载的零阶 Hankel 积分变换式为:

$$\bar{p}(\xi) = \frac{p r_0 \sin(\xi r_0)}{2\xi} \tag{11}$$

将 $\bar{p}(\xi)$ 和 $x=\xi r_0$ 代入(10)式,即可得到圆形刚性承载板下横观各向同性地基的位移和应力分量的表达式:

$$\left. \begin{aligned} u_r &= \frac{C_0 p r_0}{2} \int_0^\infty \left[\left(1 - s \frac{z}{r_0} x \right) C_3 - s C_2 \right] e^{-\frac{z}{r_0} x} \frac{\sin x}{x} J_1 \left(\frac{r}{r_0} x \right) dx \\ w &= \frac{C_0 p r_0}{2(d_{13} + d_{66})} \int_0^\infty \left\{ (s^2 d_{66} - d_{11}) C \right. \\ &\quad \left. + (s^2 d_{66} - d_{11}) C_3 \frac{z}{r_0} x - 2C_3 s d_{66} \right\} e^{-\frac{z}{r_0} x} \frac{\sin x}{x} J_0 \left(\frac{r}{r_0} x \right) dx \\ \sigma_z &= \frac{C_0 p}{2} \int_0^\infty \left\{ (s d_0 - s^3 e_0) C_2 + (3s^3 e_0 - d_0) C \right. \\ &\quad \left. + (s d_0 - s^3 e_0) \frac{z}{r_0} x C \right\} e^{-\frac{z}{r_0} x} \sin x J_0 \left(\frac{r}{r_0} x \right) dx \\ \tau_{rz} &= \frac{C_0 p}{2} \int_0^\infty \left\{ (s^2 c_0 - a_0) C_2 + (s^2 c_0 - a_0) \frac{z}{r_0} x C \right. \\ &\quad \left. - 2C_3 s c_0 \right\} e^{-\frac{z}{r_0} x} \sin x J_1 \left(\frac{r}{r_0} x \right) dx \end{aligned} \right\} \tag{12}$$

从(12)式可知,运用 Hankel 积分变换及 Bessel 函数理论,即可得到地基在 z 轴上($r=0$)和在表面上($z=0$)的精确解。由于篇幅所限,在此仅给出最后结果。

3.1 地基在 z 轴($r=0$)上的精确解

$$\left. \begin{aligned} u_r|_{r=0} &= 0 \\ w|_{r=0} &= \frac{C_0 p}{2(d_{13} + d_{66})} \left\{ r_0 \left[(s^2 d_{66} - d_{11}) C_2 - 2s d_{66} C_3 \right] I_0 \right. \\ &\quad \left. + C_3 z (s^2 d_{66} - d_{11}) I_1 \right\} \\ \sigma_z|_{r=0} &= \frac{C_0 p}{2} \left\{ (s d_0 - s^3 e_0) C_2 + (3s^3 e_0 - d_0) C_3 \right\} I_1 \\ &\quad + \frac{C_0 C_3 p s z}{r_0} (d_0 - s^2 e_0) I_2 \\ \tau_{rz}|_{r=0} &= 0 \end{aligned} \right\} \tag{13}$$

在表面中心处最大沉降值,只需把代入(13)式

中的第二式即可:

$$\eta = w \Big|_{r=0} = \frac{C_0 P r_0}{4(d_{13} + d_{66})} \left[(s^2 d_{66} - d_{11}) C_2 - 2s C_3 d_{66} \right] \quad (14)$$

3.2 地基表面(z=0)上的精确解

$$u_r \Big|_{z=0} = \begin{cases} \frac{C_0 P r_0^2}{2r} (C_3 - s C_1) \left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{r}{r_0}\right)^2} \right] & (r \leq r_0) \\ \frac{C_0 P r_0^2}{2r} (C_3 - s C_2) & (r \geq r_0) \end{cases}$$

$$w \Big|_{z=0} = \begin{cases} \frac{C_0 P r_0}{2(d_{13} + d_{66})} \cdot \frac{\pi}{2} [(s^2 d_{66} - d_{11}) C_2 - 2s C_3 d_{66}] & (r \leq r_0) \\ \frac{C_0 P r_0}{2(d_{13} + d_{66})} \cdot \arcsin \frac{r_0}{r} [(s^2 d_{66} - d_{11}) C_2 - 2s C_3 d_{66}] & (r \geq r_0) \end{cases} \quad (15)$$

$$\sigma_z \Big|_{z=0} = \begin{cases} \frac{C_0 P}{2} \left[(s d_0 - s^2 \epsilon_0) C_2 + (3s^2 \epsilon_0 - d_0) C_3 \right] \left[\sqrt{1 - \left(\frac{r}{r_0}\right)^2} \right]^{-1} & (r \leq r_0) \\ 0 & (r \geq r_0) \end{cases}$$

$$\tau_{rz} \Big|_{z=0} = 0$$

把 r=0 代入(15)式中的第二式即可得到在地基表面中心处最大沉降值 η , η 的表达式和(14)式一致,这也从一个侧面证明了推导公式的正确性。

4 结 论

1. 将各向异性地基视为各向同性地基进行计算其位移及附加应力,其结果必将和地基的实际工作状况产生误差。而采用横观各向同性地基模型既能体现地基的各向异性,又较完全各向异性地基模型计算简便。

2. 本文通过对 Love 位移函数的重新修正,利用 Hankel 变换以及 Bessel 函数理论,采用位移法得到了当材料特征值 $s_1=s_2=s$ 时的特殊情况下,任意轴对称荷载作用下横观各向同性地基位移及应力分量

的一般表达式,进而得到了刚性承载板下横观各向同性地基的解析解。

3. 当已知横观各向同性地基表面上作用的荷载 $p(r)$ 和 5 个独立工程弹性参数 $E_1, E_2, \mu_1, \mu_2, G_2$ 时,即可利用本文结论得到相应荷载条件下横观各向同性地基的位移和应力分布情况。

参考文献:

[1] Simons N E, Minzies. B.K. A short course in foundation engineering[M]. 2nd ed. New York: Wiley, 1975: 51-70.
 [2] King G J K. An introduction to superstructure-raft-soil interaction[M]. University of Roorkee, 1971: 110-133.
 [3] Selvadurai A P S. Elastic analysis of a soil-structure interaction[M]. New Jersey: Prentice-Hall, 1978: 74-114.
 [4] Lekhnitskii S G. Symmetric deformation and torsion of bodies of revolution with anisotropy of a special kind[J]. PPM, 1940, 4(3): 43-60.
 [5] Eubanks R A, Sternberg E. On the axisymmetric problem of elasticity theory equations for a media with transversely isotropy [J]. Journal of rational mechanics analysis, 1954, 3: 89-101.
 [6] 胡海昌. 横观各向同性体的弹性力学的空间问题[J]. 物理学报, 1953, 9(2): 130-147.
 [7] 丁皓江. 横观各向同性弹性力学[M]. 杭州: 浙江大学出版社, 1997: 45-117.
 [8] 王伟, 徐新生. 关于横观各向同性弹性体轴对称问题的通解 [J]. 北京大学学报, 1994, 31(3): 303-308.
 [9] 郭大智, 马松林. 路面力学中的工程数学[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2001: 97-167.
 [10] 刘干斌. 横观各向同性地基轴对称问题的应力和沉降分析 [D]. 焦作: 焦作工学院, 2002: 7-32.
 [11] 顿志林, 刘干斌. 几种常见荷载作用下横观各向同性地基轴对称问题的解析解[J]. 工程力学, 2003, 20(6): 187-194.

责任编辑: 胡德明

Analytical Solution of Transversely Isotropic Foundation Problem under Circular and Rigid Bearing Plates

Gao Xuebing¹, Dun Zhilin²

(1. Department of Architecture. Huangshan University, Huangshan 245041, China;

2. School of Civil Engineering, Henan Polytechnic University, Jiaozuo 454000, China)

Abstract: Based on a basic equation for axial symmetry of transversely isotropic elastic body, the Love's displacement function is modified. By employing the rationale of displacement function method, Hankel integral transformation, Hankel inverse transformation and Bessel function theory, the analytical solution for displacement and stress components of transversely isotropic foundation under circular and rigid bearing plates is obtained when the material eigenvalue $s_1=s_2=s$.

Key words: transverse isotropy; axial symmetry; displacement method; Hankel shift

圆形刚性承载板下横观各向同性地基问题的解析解

作者: [高雪冰](#), [顿志林](#), [Gao Xuebing](#), [Dun Zhilin](#)
 作者单位: [高雪冰, Gao Xuebing\(黄山学院建筑系, 安徽, 黄山, 245041\)](#), [顿志林, Dun Zhilin\(河南理工大学土木工程学院, 河南, 焦作, 454000\)](#)
 刊名: [黄山学院学报](#)
 英文刊名: [JOURNAL OF HUANGSHAN UNIVERSITY](#)
 年, 卷(期): 2010, 12(3)
 被引用次数: 0次

参考文献(11条)

1. [Simons N E, Minzies. B. K A short course in foundation engineering](#) 1975
2. [King G J K An introduction to superstruction-raft-soil interaction](#) 1971
3. [Selvadurai A P S Elastic analysis of a soil-structure interaction](#) 1978
4. [Lekhnitskii S G Symmetric deformation and torsion of bodies of revolution with anisotropy of a special kind](#) 1940(3)
5. [Eubanks R A, Sternberg E On the axisymmetric problem of elasticity theory equations for a media with transversely isotropy](#) 1954
6. [胡海昌 横观各向同性体的弹性力学的空间问题](#) 1953(2)
7. [丁皓江 横观各向同性弹性力学](#) 1997
8. [王炜, 徐新生 关于横观各向同性弹性体轴对称问题的通解](#) 1994(3)
9. [郭大智, 马松林 路面力学中的工程数学](#) 2001
10. [刘干斌 横观各向同性地基轴对称问题的应力和沉降分析](#) 2002
11. [顿志林, 刘干斌 几种常见荷载作用下横观各向同性地基轴对称问题的解析解](#) 2003(6)

相似文献(10条)

1. 期刊论文 [万力, 郭乙木 横观各向同性轴对称问题的非协调元和杂交应力元计算 - 计算力学学报](#) 2003, 20(1)
 基于变分原理得出各向同性轴对称问题下的非协调元和杂交应力元方法仍然适用于分析横观各向同性轴对称问题的结论, 同时对应用于各向同性问题的弱平衡优化方法进行了修改, 使之能够应用于横观各向同性问题的分析, 文中给出了分析算例, 并对各种单元结果进行了比较, 计算结果表明非协调元和杂交应力元方法不但适用于横观各向同性轴对称问题分析, 而且将提高其数值解的精度, 改善单元内部应力分布。
2. 学位论文 [刘干斌 横观各向同性地基轴对称问题的应力和沉降分析](#) 2002
 本文阐述了目前建筑地基计算和设计过程中, 附加应力和沉降按各向同性弹性理论计算在一定场合的不合理性, 提出在某些情况下岩土地基的附加应力和沉降应按横观各向同性地基模型来计算的观点。在应力和位移的计算过程中, 本文的主要工作包括:
 (1) 将各向同性弹性力学中的拉甫位移函数, 推广到横观各向同性地基轴对称问题, 在此仍称之为横观各向同性地基轴对称问题的拉甫位移函数, 运用位移解法, 同时应用汉克尔积分变换, 得到了应力和位移分量的一般表达式。
 (2) 根据应力和位移分量的一般表达式, 作者分析了任意斜向轴对称荷载作用下、圆形面积上均布荷载作用下、集中力作用下、半球形荷载作用下、刚性承载板作用下单层横观各向同性地基的表面和对称轴上应力和位移的精确解, 及地基中任意一点的数值解。
 (3) 在单层地基分析的基础上得到了双层、三层、N层横观各向同性地基在层间连续条件下和层间滑动条件下应力和位移的解析解。
 (4) 本论文还给出了横观各向同性地基五个弹性常数的测定方法, 利用测出的数据, 代入前面几种荷载作用下的应力和沉降的解答中, 并与按各向同性地基计算得到的解, 在同一直角坐标系中绘制曲线进行了分析比较。
3. 期刊论文 [栗振锋, 胡长顺 轴对称横观各向同性半无限体表面位移的求解 - 长安大学学报\(自然科学版\)](#) 2002, 22(5)
 利用Matlab等先进的符号计算软件, 得出轴对称横观各向同性半无限体解中的状态转移矩阵的显式表达式, 求得轴对称横观各向同性半无限体表面的位移Hankel积分变换表达式, 为横观各向同性理论在路面设计中的应用奠定了基础。
4. 期刊论文 [顿志林, 刘干斌, 乔世范, 任良 横观各向同性地基轴对称问题的应力和沉降分析 - 焦作工学院学报\(自然科学版\)](#) 2002, 21(1)
 通过实验发现岩土地基中普遍存在各向异性现象, 而目前按照各向同性地基模型计算势必会引起较大误差, 为了提高地基中应力和沉降计算的精确度, 本文将各向同性轴对称问题下的拉甫位移函数推广到横观各向同性地基轴对称问题, 得到了位移分量与横观各向同性下拉甫位移函数的关系式, 并通过积分变换得到了横观各向同性地基应力和沉降的通解。
5. 学位论文 [胡雨晨 横观各向同性成层地基在轴对称和非轴对称荷载作用下的分析](#) 2004
 本文研究了横观各向同性成层地基在轴对称荷载和非轴对称荷载作用下的反应。胡海昌关于横观各向同性弹性力学空间问题的解将应力和位移都用应力函数表示, 并给出了应力函数满足的条件。本文在此基础上求出了应力函数的通解形式, 于是应力和位移的通解也相应得到。对多层横观各向同性地基来说, 这个通解里包含的积分系数需通过边界条件和层间接触条件确定, 于是n层地基便需要解4n或6n个联立方程, 为了方便计算, 本文推导了另一种方法: 传

递矩阵法. 此法可以由多层地基表面的应力和位移得到任意深度的应力和位移, 适用于多层横观各向同性地基的的应力位移分析. 在算例中利用MATLAB语言编程实现了地基表面作用垂直集中荷载下的表面沉降公式, 任意点应力, 位移的数值解, 以及表面作用切向集中荷载下的表面沉降公式. 最后对全文的工作进行了总结, 也指出了其中的一些不足, 并对今后进一步的研究工作提出自己的设想与看法.

6. 期刊论文 [张引科, 黄义. ZHANG Yin-ke, HUANG Yi 横观各向同性饱和弹性多孔介质非轴对称动力响应 -应用数学和力学](#)2001, 22(1)

应用Fourier展开和Hankel变换求解了简谐激励下 横观各向同性饱和弹性多孔介质的非轴对称Biot波动方程, 得到了一般解用一般解给出了多孔介质总应力分量的表达式最后对求解横观各向同性饱和弹性多孔介质非轴对称动力响应边值问题的方法作了系统说明, 并且给出了数值分析特例

7. 期刊论文 [胡雨晨, 杨锋 横观各向同性成层地基在轴对称荷载作用下的分析 -工业建筑](#)2004, 34(10)

由横观各向同性弹性体的胡海昌解[1]出发, 研究了单层地基的传递矩阵, 并应用到多层地基的解答中. 通过算例给出了横观各向同性地基表面受竖向集中力作用时的表面沉降公式.

8. 学位论文 [代青利 横观各向同性\(压电\)材料轴对称问题的边界元法及其应用](#) 2000

该论文首先对横观各向同性压电材料无限体、两相材料无限体的点力解用势函数法进行了校核. 从横观各向同性(压电)材料的三维边界积分方程出发, 推导了回转体在柱坐标下相应的边界积分方程. 针对荷载轴对称和非轴对称两种情况分别建立了相应的半解析边界元求解方法. 由于它只需沿回转体于午线方向作一维离散, 故可大规模减少自由度. 编制了相应的边界元程序, 对一些典型算例进行了数值计算, 并与理论解比较, 验证了理论和程序的正确性和有效性. 通过结合子域法, 将该边元法应用于裂纹问题及界面问题的分析, 求解了有关的应用力强度因子及界面端应力分布情况和奇异性指数.

9. 期刊论文 [顿志林, 刘干斌, 聂向阳 层状横观各向同性地基轴对称问题的位移解法 -焦作工学院学报\(自然科学版\)](#) 2002, 21(6)

通过对各向同性弹性体力学中拉甫位移函数重新修正, 并利用Hankel积分变换理论, 在变换域内得到了横观各向同性地基的通解, 从而求得单层地基的应力和位移解, 运用矩阵传递方法和Hankel积分反演变换推导了层状横观各向同性地基在轴对称荷载作用下的解析解, 给出了数值计算结果.

10. 学位论文 [翁琳 纤维增强复合材料轴对称界面端应力奇异性研究](#) 2009

界面是复合材料极为重要的微观结构, 目前复合材料的结构和应用中存在许多的轴对称界面端和圆柱界面裂纹, 通常是材料破坏的起点. 由于界面端的应力奇异性及界面裂纹尖端的振荡应力奇异性, 要建立适合结合材料的强度和可靠性的评价方法, 必须首先求取表征界面问题的参数, 如应力奇异性次数, 应力角函数以及应力集中系数等.

本文提出了一种分析横观各向同性纤维增强复合材料轴对称界面端的奇异应力场的特征值法. 主要工作和成果如下:

1. 基于横观各向同性弹性材料空间轴对称问题的基本方程和一阶近似假设, 利用分离变量形式的位移函数, 分析了具有任意界面角和结合角的横观各向同性轴对称界面端问题, 导出了关于应力奇异性指数和应力角函数的奇异性特征方程, 并用无网格方法对其进行了数值离散. 求解离散化的特征方程, 可以得到横观各向同性双材料轴对称界面端的各阶应力奇异性指数、相应的位移角函数和应力角函数, 其结果与有限元分析结果完全吻合.

2. 利用有限元计算得到的奇异应力场, 结合特征值法给出的应力奇异性指数和应力角函数, 通过线性外插得到了相应的应力强度系数. 特征值法结合有限元分析, 可以完全确定横观各向同性纤维增强复合材料轴对称界面端的奇异应力行为.

3. 讨论了表示纤维半径与轴对称界面端的应力奇异性支配区域大小的相对比值的尺寸参数 δ 对应力奇异行为的影响. 结果表明当纤维半径比奇异性支配区域大小高两个数量级以上时, 特征值法得到的一阶近似结果与准一阶的解析解的结果一致; 而纤维半径相对奇异性支配区域的大小低于两个量级时, 准一阶近似的理论结果不能准确描述奇异点附近的应力奇异行为, 此时, 必须要考虑尺寸效应的影响.

本文链接: http://d.wanfangdata.com.cn/Periodical_hsxxyb201003023.aspx

授权使用: 黄山学院学报(qkhsxy), 授权号: dec5efad-d079-48fc-a68a-9ebd00aebd7a

下载时间: 2011年4月6日