第 12 卷第 3 期
2010 年 6 月

黄山学院学报
Journal of Huangshan University

Vo1.12,NO.3
Jun.2010

# 惯性力的分类及其在解题中的应用

江昌龙

(黄山学院 信息工程学院,安徽 黄山 245021)

**摘 要**:引出和定义 4 种惯性力,然后通过两个典型例子说明在解决平动惯性的应用等问题时,通过引进惯性力会给解题带来许多方便,体现出惯性力法解题的优越性。

**关键词**:惯性系;非惯性系;惯性力

**中图分类号**:G642.4 **文献标识码**:A **文章编号**:1672-447X(2010)03-0123-03

## 1 引 言

研究质点或刚体在非惯性坐标系下的合成运动问题时,对于位移和速度的求解只要运用合成运动中的位移和速度求解方法就可以了,但对于加速度或力的求解就不是这么简单了。这种情况下需要考虑到此非惯性系是做什么样的运动,问题一般显得比较复杂,根据《理论力学》教材中讲述的合成运动,我们把物体相对于非惯性系的运动看作为相对运动,非惯性系相对于惯性系的运动称为牵连运动,物体相对于惯性系的运动称为绝对运动,并在推导非惯性系下加速度的表达式时引进了 4 种惯性力——平动惯性力、切向惯性力、法向惯性力(离心力)、科里奥利力。在非惯性系中通过引进这 4 种惯性力就能使牛顿第二定律在非惯性系中成立,这样对问题的求解会带来方便。

## 2 惯性力的引出和定义

如图 1 所示,$S$-$xyz$是一个惯性坐标系,$S'$-$x'y'z'$是一个非惯性坐标系,$P$点代表我们所要研究的运动质点,$S'$点在 $S$-$xyz$坐标系下的位矢为$r_0$,$P$点在 $S$-$xyz$,坐标系下的位矢为$r$,$P$点在 $S'$-$x'y'z'$坐标系下的位矢为 $r^1$,根据运动的合成定理有:

$r=r_0+r'$ ························ 位移合成

$v=v_0+v'$ ························ 速度合成

$a=a_0+a'$ ························ 加速度合成

式中 $v_0$,$a_0$ 表示非惯性系相对于惯性系的速度和加速度,$v'$,$a'$ 表示动点 $P$相对于非惯性系的速度和加速度。

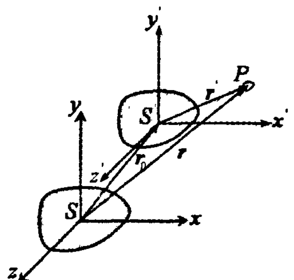


图 1 合成运动图示

在 $S'$-$x'y'z'$坐标系下研究动点 $P$的运动时,由于 $S'$-$x'y'z'$坐标系是一个非惯性系,做变速运动,这样在考虑动点 $P$的相对加速度时就要考虑 $S'$-$x'y'z'$坐标系具体是做什么样的变速运动。在文献[1]中已推导了动点 $P$在惯性坐标系下加速度的一般表达式:

$$a=a'-a_t-\dot{\omega}\times r+\omega^2 r-2\omega\times v' \qquad (2.1)$$

式中$a_t$表示非惯性系相对于惯性系所做平动的加速度。

将(2.1)式两端乘以物体$P$的质量$m$以后,就得到:

$$ma=ma'-ma_t-m\dot{\omega}\times r+m\omega^2 r-2m\omega\times v' \qquad (2.2)$$

式中 $\omega$ 表示非惯性系转动的角速度,$r$表示物体在非惯性系下的位置矢量。

**收稿日期**:2010-03-04

**作者简介**:江昌龙(1979-),安徽黄山人,黄山学院信息工程学院教师。

式(2.2)右边的后 4 项,我们分别把它记为四种惯性力,即:

平动惯性力$F_t=-ma_t$,这种惯性力是由于 $S'$ 系做平动变速运动所引起的。

切向惯性力 $F_r=-m\dot{\omega}\times r=-ma$,此力是由于 $S'$ 系做变加速转动所引起的,如果转动是匀速的,则此项惯性力为零。在 $r\rightarrow\infty$ 时$\dot{\omega}\times r\rightarrow a_r$,即为平动加速度。

法向惯性力 $F_n=m\omega^2r$,也叫惯性离心力,是由于 $S'$ 系做转动所引起的,方向与半径$r$一致。

科里奥利力 $F_c=-2m\omega^2\times v'$, 此惯性力是由于参照系 $S'$ 的转动及质点对此转动参照系又有相对运动所引起的, 方向垂直于 $\omega$ 及 $v'$所确定的平面,并按右手螺旋法则及负号决定指向。

在非惯性系 $S'-x'y'z'$中, 定义这 3 种惯性力以后,式子右端整体可以等效为一合力作用,这样牛顿第二定律在此坐标系下就可以成立了。在求解实际问题中,考虑了这几种惯性力以后就可以根据牛二律列式求解需要的物理量,这在理解和计算方面都能带来许多方便。

## 3 惯性力的在解题时的应用

我们选取两个典型问题来考虑惯性力的应用。

### 3.1 平动惯性力的应用

首先考虑非惯性系做加速平动时的例子。如图 2 所示,质量为$m_1$ 的小物块可沿坡角为$\theta$、质量为 $m_2$ 的大物块的斜面顶端自由下滑,大物块可在水平方向上自由滑动,求小物块沿大物块斜面下滑过程中两物块之间的相互作用力。

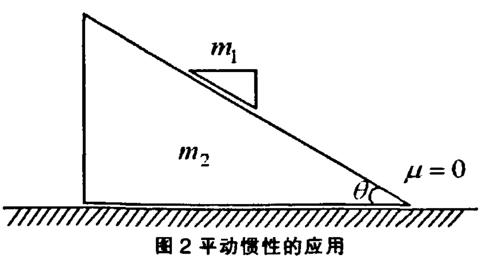


图 2 平动惯性的应用

解法 1:运动学方法[2]

大物块水平向左做匀变速直线运动,小物块相对大物块沿斜面向下做匀变速直线运动,设其相对加速度为$a_r$, 将小物块的受力情况和运动的加速度进行分析(如图 3),可列出以下各式:

由加速度合成关系 $a_1=a_2+a_r$

$=-a_2\cdot i+a_{rx}i\cdot a_{ry}\cdot j$

$=(a_{rx}-a_2)\cdot i+a_{ry}\cdot j$

$=(a_r\cos\theta-a_2)\cdot i+a_r\sin\theta\cdot j$

$a_1$ 沿坐标轴上的分解式:

$a_1=a_1x\cdot i+a_1y\cdot j$

对小物块有:

$N\sin\theta=m_1a_1x$

$m_1g-N\cos\theta=m_1a_{1y}$

对大物块有:

$N\sin\theta=m_2a_2$

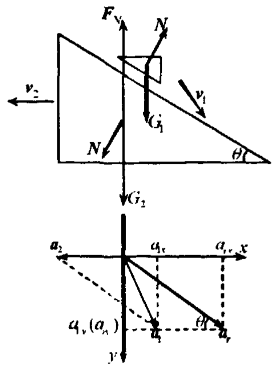


图 3 受力及加速度分析

解法 2:能量法

考虑当小物块沿大物块下滑的距离为 $l$ 位置处时。先利用运动的合成定理,将两物块运动的位移、速度以及加速度情况进行分析(如图 4),可列出以下各式:

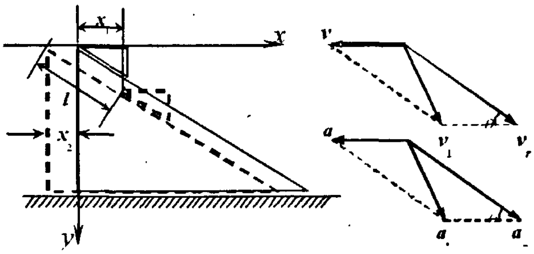


图 4 位移、速度和加速度分析图

由质心位置守恒定律:

$m_1(x_2-l\cos\theta)=m_2\cdot x_2$(水平方向)

由机械能守恒定律:$m_1gl\sin g\theta=\frac{1}{2}m_1v_1^2+\frac{1}{2}m_2v_2^2$

由速度合成关系:$v_1=v_2+v_r, v_1^2=v_2^2+v_r^2-2v_2v_r\cos\theta$

由匀变速直线运动定律:$2a_2x_2=v_2^2$

对 $m_2$ 根据牛二律:$N\sin\theta=m_2a_2$

在以上式中 $v_{1x}=\frac{dx_1}{dt}, v_2=\frac{dx_2}{dt}, v_r=\frac{dl}{dt}$。

解法 3:惯性力法

如图 5,大物块向左做匀加速直线运动,以大物块作为参照系来分析小物快的运动,为使牛二律成立,在对小物块进行受力分析时给小物快另外再加一个惯性力$F_t=-m_1a_2$ 的作用,这样就可以列式:

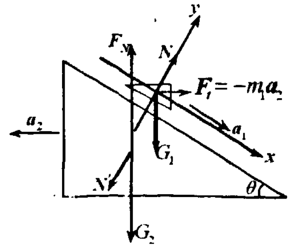


图 5 受力分析图

对小物块:$N+m_1a_2\sin\theta-m_1g\cos\theta=0$

对大物块:$N'\sin\theta=m_2a_2$

以上 3 种方法都可以解出$N=\dfrac{m_1x_2g\cos\theta}{m_1\sin^2\theta+m_2}$，方向垂直于斜面向上。

3.2　惯性离心力和科里奥利力的应用

现在考虑一个非惯性系做转动的例子。水平面上一个带有径向光滑沟槽的圆盘以匀角速度 ω 绕通过盘心并垂直于盘面的固定竖直轴 $O$转动，处于沟槽中并与盘心距离为$r_0$位置处的质量为$m$的小球被固定随同圆盘一起转动，从某一时刻起（$t$=0 时刻），小球被释放使之在滑槽中能自由滑动。求在时刻 $t$ 小球与滑槽之间的水平作用力$N$。

解法 1：一般方法

如图 6，以地面为参照系（惯性系），从 $t$=0 时刻起，小球做随同圆盘做匀角速转动和沿滑槽向外的运动，采用极坐标，以滑槽向外方向为径向正向，逆时针方向为角向，则可列式：

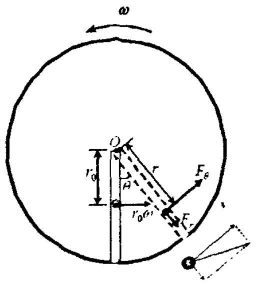

图 6　转动问题的一般解法

径向：$\sum F_r=ma_r$，$F_r=m\left[\dfrac{d^2r}{dt^2}-r\left(\dfrac{d\theta}{dt}\right)^2\right]=0$

角向：$\sum F_\theta=ma_\theta$，

$$N=F_\theta=m\left[r\frac{d^2\theta}{dt^2}+2\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt}\right]=m\frac{1}{r}\frac{d}{dt}\left(r^2\frac{d\theta}{dt}\right)$$

初始条件 $r(t=0)=r_0$，$v_\theta(t=0)=r_0\omega$，$v_r(t=0)=0$

解法 2：惯性力法

如图 7，选取圆盘为参照系（非惯性系），小球相对于圆盘沿径向运动，在时刻$t$，小球与盘心距离为$r$，相对于圆盘沿滑槽方向的速度为$v_r$，引进惯性力离心力$F_n=mr\omega^2\cdot e_n$和科氏力$F_c=2m\omega v_r\cdot(-ex)$，则可列式：

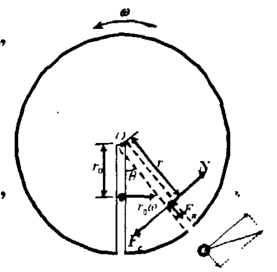

图 7　转动问题的惯性力解法

法向：$\sum F_n=ma_n$，

$mr\omega^2=ma_n=m\dfrac{d^2r}{dt^2}$，

切向：$\sum F=ma$，

$N-2m\omega v_r=0$，

初始条件$r(t=0)=r_0$，$v_\theta(t=0)=r_0\omega$，$v_r(t=0)=0$。

以上两种方法都可以解出$N=mr_0\omega^2\ (e^{\omega t}-e^{-\omega t})$，方向垂直于滑槽与圆盘转动方向一致。

## 4　应用惯性力法解题的总结

一般来说，对于变速直线运动问题采用惯性力法只要在受力分析时加上平动惯性力就可以应用牛顿第二定律列式求解问题。在匀速率转动问题中惯性离心力和科里奥利力是同时出现的，因此对于这类问题中在受力分析时加上惯性离心力和科里奥利力就可以应用牛顿第二定律列式求解问题。对于变速率转动问题采用惯性力法来解题除了需要添加惯性离心力和科里奥利力之外还要加上切向惯性力。实际问题中还存在许多更复杂的问题，如果能把惯性力法得到很好的运用，相信一定会给解题带来更多的方便。

**参考文献：**

[1]周衍柏.理论力学教程[M].北京：高等教育出版社，1986：242-250.

[2]黄时中，等.大学物理学[M].合肥：中国科学技术大学出版社，2005：47-48.

责任编辑：胡德明

# The Application of Inertia Forces in Problem Solving

Jiang　Changlong

(School of Information Engineering, Huangshan University, Huangshan245021, China)

**Abstract**: This paper firstly introduces and defines 4 types of inertia forces. Then it illustrates the convenience brought out by employing inertia forces in solving such problems as the application of translation inertia through two typical examples, incarnating the superiority of applying inertia forces in problem solving.

**Key words**: inertia frame; noninertia frame; inertia force

# 惯性力的分类及其在解题中的应用



作者： 江昌龙， Jiang Changlong
作者单位： 黄山学院,信息工程学院,安徽,黄山,245021
刊名： 黄山学院学报
英文刊名： JOURNAL OF HUANGSHAN UNIVERSITY
年，卷(期)： 2010，12(3)


## 参考文献(2条)

1. 周衍柏 理论力学教程 1986

2. 黄时中 大学物理学 2005

## 相似文献(10条)