

# 一种基于违约强度过程的风险债券估值模型的注记

项明寅<sup>1</sup>, 罗 纯<sup>2</sup>

(1. 黄山学院 数学系, 安徽 黄山 245041; 2. 上海应用技术学院 数理部, 上海 200235)

**摘 要:**文献<sup>[1]</sup>作者将违约看作具有不确定性的随机强度过程, 并考虑了违约强度与无风险利率的相关性, 放弃了传统的公司价值服从连续扩散过程的假设, 克服基于 Black-Scholes 期权定价理论的结构化模型的局限, 企图为带有违约风险的债券提供一种现实的定价方法, 建立了一个基于违约强度过程的风险债券估值模型, 但该模型出现了明显的错误, 文章予以纠正。

**关键词:**风险债券; 违约强度过程; 估值

**中图分类号:**F830 **文献标识码:**A **文章编号:**1672-447X(2009)0106-02

## 1 引言

对风险债券的估值研究一直依赖于 Merton (1974) 以 Black-Scholes<sup>[1]</sup> 期权定价理论为基础提出了基于公司价值的结构化定价模型, 该模型假设固定利率下, 公司价值服从连续时间随机扩散过程, 公司在其资产价值低于某一边界值时发生违约。由于在扩散过程的假设下, 公司价值为平稳的随机过程, 不可能突然下降, 因而不会发生不可预料的违约事件。然而金融市场中往往存在不连续的异常变化, 尤其是近年来一系列突发事件的发生, 导致公司资产价值突降而发生违约。因此公司资产价值模型没有抓住违约风险的特性, 不能解决违约风险定价中的不可预料的违约问题。另外, 资产价值和资产收益波动性不易观察和估计, 也使结构化模型在实际应用中受到限制。Jarrow, Turnbull, Duffie 和 Singleton<sup>[2]</sup> 等人放弃了对企业价值的假设, 将违约和回收率看作外生变量, 违约事件是由强度确定的泊松过程, 提出了简化方法。文献<sup>[3]</sup>在简化形式的基础上, 将违约看作带有强度的随机过程, 并考虑违约强度与无风险利率的相关性, 将扩展的 Vasicek 期

限结构模型应用于违约强度过程和无风险瞬时利率过程, 给出了一个基于违约强度过程的风险债券估值模型:

$$D(t, T) = \delta D_0(t, T) + Z(1 - \delta) E^Q \left[ \exp \left( - \int_t^T (r(u) + \lambda(u)) du \right) \middle| F_t \right]$$

依据可观测的信用等级和信用利差数据进行风险债券的估值分析, 为风险债券提供一种更加现实的正确估值模型。但我们在深入研究和思考后发现此中模型有错误, 经过重新验算现修正为:

$$D(t, T) = \delta D_0(t, T) + Z(1 - \delta) E^Q \left[ \exp \left( - \int_t^T (r(u) + \lambda(u)) du \right) \middle| F_t \right]$$

## 2 模型的构建过程

### 2.1 金融市场的基本假设

**假设 1** 假定存在带流概率空间  $(\Omega, \mathcal{F}, \{F_t\}_{t=0}^T, \mathbb{Q})$ ,  $\Omega$  为可测样本空间,  $\mathcal{F}$  为  $\Omega$  事件的  $\sigma$ -域流,  $F_t = \mathcal{F}_t$  为风险中性概率测度。已知信息  $F_t$ , 风险债券的价值可细分为一对或有债权  $[(Z, T), (\delta, \tau)]$ , 其  $(Z, T)$  中为没有发生违约条件下, 到期  $T$  发行者支付的面值  $Z$ ;  $(\delta, \tau)$  为发生违约时, 债权人以回收率  $\delta$  得到的部分支付。

**假设 2** 假设市场不存在套利机会, 在风险中

性条件下,面值为  $Z$  的无风险或有风险债券在  $t$  时刻价格为:

$$D_0(t, T) = E^Q \left[ Z \exp \left( - \int_t^T r(u) du \right) \middle| F_t \right],$$

其中  $r(u)$  为无风险即期利率。

假设3 假设违约服从不可预测跳跃的泊松过程,违约时间  $\tau$  定义为带有连续时间违约强度  $\lambda(t)$  的 Cox 过程发生第一次跳跃时间,记为:

$$\tau = \inf \left\{ t : \int_0^t \lambda(s) ds \geq E \right\}.$$

其中  $E$  为独立于强度的单位指数随机变量。

若公司直到  $t$  未违约,则在  $(t, t + \Delta t)$  期间的违约概率为  $\lambda(t) \Delta t$ ,将违约强度过程  $\lambda(t)$  称作  $\tau$  的强度过程,也称违约强度过程,即为非确定性违约事件的概率测度:

$$P(\tau > t | G_{\tau^-}) = \exp \left( - \int_0^t \lambda(u) du \right).$$

假设4 假设无风险利率过程和违约强度过程看作动态随机过程,并服从扩展的 Vasicek 模型

$$dr_t = (\Phi_0(t) - \alpha_0 r(t)) dt + \sigma_0 dZ_0(t),$$

$$d\lambda_t = (\Phi_1(t) - \alpha_1 \lambda(t)) dt + \sigma_1 dZ_1(t).$$

其中,  $\Phi_i(t) (i=1, 2)$  为时间  $t$  的确定性函数,  $\alpha$  为均值回复函数,  $\sigma$  为过程的波动率,  $Z$  为标准布朗运动,且假定  $dZ_0(t) dZ_1(t) = \rho dt$ 。

### 2.2 模型的推导

由上面假定,我们来看风险债券在时刻的价格

$$\begin{aligned} D(t, T) &= E^Q \left[ e^{-\int_t^T r(u) du} (Z I_{(\tau > T)} + Z \delta I_{(\tau \leq T)}) \middle| F_t \right] \\ &= E^Q \left[ e^{-\int_t^T r(u) du} (Z \delta + Z(1 - \delta) I_{(\tau \leq T)}) \middle| F_t \right] \\ &= E^Q \left[ Z \delta e^{-\int_t^T r(u) du} \middle| F_t \right] + Z(1 - \delta) E^Q \left[ e^{-\int_t^T r(u) du} I_{(\tau \leq T)} \middle| F_t \right]. \end{aligned}$$

先来看

$$\begin{aligned} E^Q \left[ I_{(\tau > T)} \middle| G_{\tau^-} \vee H_t \right] &= P(\tau > T | G_{\tau^-} \vee H_t) \\ &= P(\tau > T, \tau < t | G_{\tau^-} \vee H_t) + P(\tau > T, \tau > t | G_{\tau^-} \vee H_t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= I_{(\tau > t)} P(\tau > T | G_{\tau^-} \vee H_t) = I_{(\tau > t)} P(\tau > T | G_{\tau^-}, \tau > t) \\ &= I_{(\tau > t)} \frac{P(\tau > T, \tau > t | G_{\tau^-})}{P(\tau > t | G_{\tau^-})} = I_{(\tau > t)} \exp \left( - \int_t^T \lambda(u) du \right) \\ &E^Q \left[ E^Q \left[ I_{(\tau > t)} \exp \left( - \int_t^T \lambda(u) du \right) \middle| G_{\tau^-} \vee H_t \right] \middle| F_t \right] \\ &= E^Q \left[ e^{-\int_t^T r(u) du} I_{(\tau > t)} \exp \left( - \int_t^T \lambda(u) du \right) \middle| F_t \right] \\ &= I_{(\tau > t)} E^Q \left[ \exp \left( - \int_t^T (r(u) + \lambda(u)) du \right) \middle| F_t \right]. \end{aligned}$$

因此,得到基于违约强度过程的风险债券估值模型应该为:

$$D(t, T) = \delta \Omega(t, T) + Z(1 - \delta) I_{(\tau \leq t)} E^Q \left[ \exp \left( - \int_t^T (r(u) + \lambda(u)) du \right) \middle| F_t \right].$$

### 3 结束语

必须指出的是:文献<sup>[1]</sup>基于违约强度过程的风险债券模型放弃了传统的结构化资产价值服从扩散过程的假设,直接着眼于违约风险概率,将违约看作由强度决定的随机过程,利用市场易于获取的具体信息(如信用利差、信用等级)对违约风险债券进行定价研究,避免了对公司价值的评价,既解决了结构化模型中存在的短时限问题,也考虑到模型数据的获取和计算,因此具有广阔的应用前景。

#### 参考文献:

- [1]王琼,冯宗宪.一种基于违约强度过程的风险债券估值模型[J].中原工学院学报,2005,(6):6-8.
- [2]Duffie D, Singleton K. Modeling Term Structure of Defaultable Bonds[J]. Review of Financial Studies, 1999, (12): 689-720.

责任编辑:胡德明

## A Model of Estimating Risky Bonds Based on Fault Intensity Process

Xiang Mingyin<sup>1</sup>, Luo Chun<sup>2</sup>

(1. Department of Mathematics, Huangshan University, Huangshan 245041, China;

2. Department of Mathematics, Shanghai Institute of Technology, Shanghai 200235, China)

**Abstract:** Regarding fault as a stochastic intensity process with uncertainty, and taking the relation between fault intensity and risk-free rate of interest into consideration, the author (See Reference Books No. 1) discarded the traditional assumption that firm value should abide by the constant diffusion process, overcame the limitations in the structural model of the Option Pricing Theory proposed by Black-Scholes and built a model of estimating risky bonds based on fault intensity process in an attempt to offer a practical pricing method for bond with fault risk. However, obvious mistakes are found in the model and this paper aims to correct these mistakes.

**Key words:** Risky Bond; Fault Intensity Process; Estimation

# 一种基于违约强度过程的风险债券估值模型的注记

作者: [项明寅](#), [罗纯](#), [Xiang Mingyin](#), [Luo Chun](#)  
作者单位: [项明寅, Xiang Mingyin\(黄山学院数学系, 安徽, 黄山, 245041\)](#), [罗纯, Luo Chun\(上海应用技术学院数理部, 上海, 200235\)](#)  
刊名: [黄山学院学报](#)  
英文刊名: [JOURNAL OF HUANGSHAN UNIVERSITY](#)  
年, 卷(期): 2009, 11(3)  
引用次数: 0次

## 相似文献(3条)

1. 期刊论文 [王琼](#), [冯宗宪](#). [WANG Qiong](#), [FENG Zong-xian](#) 一种基于违约强度过程的风险债券估值模型 - 中原工学院学报 2005, 16(6)

将违约看作具有不确定性的随机强度过程, 并考虑了违约强度与无风险利率的相关性, 建立了一个基于违约强度过程的风险债券估值模型. 该模型放弃了传统的公司价值服从连续扩散过程的假设, 克服了基于Black-Scholes期权定价理论的结构化模型的局限, 为带有违约风险的债券提供一种现实的定价方法.

2. 期刊论文 [叶中行](#), [白云芬](#). [YE Zhong-xing](#), [BAI Yun-fen](#) 约化模型下的公司债券定价 - 山西大学学报(自然科学版) 2008, 31(3)

公司债券是一种可违约风险债券. 公司债券定价的约化模型将违约时间定义为具有违约强度的绝不可及时, 将违约过程看作跳过程. 违约过程的强度过程既可依赖外生宏观状态变量, 也可以受到其他公司违约的影响. 本文分析了违约强度过程的构造, 给出了风险债券的定价原理, 得到了可违约债券定价的一般公式, 并推导出了交易对手风险存在时公司债券定价公式.

3. 学位论文 [蔡艳菲](#) 基于简化模型的企业债信用利差分析 2008

信用风险又称违约风险, 是指由于参与交易的对手信用品质的不可预测而导致的损失, 包括信用评级、无法支付债务和破产清算. 随着企业债市场的快速发展, 全球金融创新的不断加快, 特别是美国次级住房抵押贷款债券市场危机的爆发, 人们越来越认识到信用风险在资产定价及风险管理中占有重要的地位. 虽然相对于欧美等成熟市场而言, 我国债券市场还不发达, 但现阶段我国资本市场发展迅速, 这一领域的创新正不断涌现, 所以研究信用风险对发展我国企业债市场有着重要的理论和现实意义. 本文在对结构化模型和简化模型进行比较之后, 采用Duffie和Singleton的简化模型对有违约风险的债券进行定价. 这样, 有违约风险的债券就可以和无风险债券一样直接进行贴现求得现值, 其贴现率等于无风险利率加上风险溢价. 在模型中违约概率是服从强度为 $\lambda$ 的泊松过程, 然后把违约强度 $\lambda$ 设为一个平方根过程, 由此给出企业债价值的显性解. 接着运用实际数据, 通过MATLAB程序分别求出我国有担保和无担保企业债的违约过程, 分析二者的差别. 随后进行模型比较, 假设违约强度为常数, 对无担保的企业债进行分析, 比较两个模型的估计误差. 最后求出债券价格中隐含的信用价差, 对信用价差进行分析. 本文的创新之处在于: 第一, 用最新的数据将有担保和无担保的企业债进行对比, 得出各自的违约强度过程, 并进行比较分析; 第二, 将两个模型用同一组数据进行对比, 比较模型误差的大小, 从而体现本文所用模型——基于强度过程的简化模型的优越性.

本文链接: [http://d.wanfangdata.com.cn/Periodical\\_hsxxyb200903028.aspx](http://d.wanfangdata.com.cn/Periodical_hsxxyb200903028.aspx)

下载时间: 2009年10月23日