第 11 卷第 3 期
2009 年 6 月

黄山学院学报
Journal of Huangshan University

Vol.11,NO.3
Jun.2009

大型九对角线性方程组的近似三角分解法算法实例

刘文艳,龚学余,彭晓炜

(南华大学 数理学院,湖南 衡阳 421001)

摘 要:根据矩阵三角分解法的原理,对大型九对角线性方程组进行近似三角分解,再用追赶法得到线性方程组的解。给出一个算法实例,表明该算法对大型九对角线性方程组的求解是快速和有效的。

关键词:线性方程组;椭圆型方程;九点差分;近似三角分解法

中图分类号:O175.2 **文献标识码**:A **文章编号**:1672-447X(2009)03-0001-04

对椭圆型方程(比如 Poisson 方程)进行求解时,通常可以采用差分格式,最常见有五点差分格式和九点差分格式。九点差分格式因其精度较大,因而也常常被采用。[1]Poisson 方程在九点差分格式下得到九对角线性方程组,根据方程组的特点,本文提出了近似因子分解法,并给出用近似因子分解法求解大型九对角线性方程的一个算法实例,将结果与解线性方程的高斯塞德尔算法进行比较,并进行误差分析,表明该算法是可行的。

1 Poisson 方程

Poisson 方程

$$\Delta u=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=f(x,y),(x,y)\in D \tag{1}$$

其中 D 是 x-y 平面内一有界区域,其边界用 ∂D 来表示,假定它是分段光滑的曲线所组成,为方便起见,先取 D 为矩形区域 $D=\{(x,y)\mid 0<x<a,0<y<b\}$,其边界 ∂D 是由 4 条直线段所组成 $\partial D=\{(x,y)\mid x=0,a,0\le y\le b,y=0,b,0\le x\le a\}$。

2 对 Pisson 方程的九点差分

方程(1),对 D 剖分网格如图 1,在 x 轴方向上将区间 N_1-1 等份,这样有 N_1 个节点,节点 $i=1,\cdots,N_1$;在 y 方向上将区间 N_2-3 等份,这样有这样 N_2-2 个节点,节点 $j=2,\cdots,N_2-1$。

为了保证在边界条件 $y=0$ 和 $y=b$ 上的对称性,加入点 $j=1$ 和 $j=N_2$,并令

$$u_{i,1}=u_{i,3},\ u_{i,N2}=u_{i,n2-2}, \tag{2}$$

差分后整理可得下面形式的方程组:

$$\begin{aligned}&a_{ij}^{-}u_{i-1,j-1}^{*}+a_{ij}u_{i,j-1}^{*}+a_{ij}^{+}u_{i+1,j-1}^{*}+b_{ij}u_{i-1,j}^{*}+c_{ij}u_{i,j}^{*}\\&+d_{ij}u_{i+1,j}^{*}+e_{ij}^{-}u_{i-1,j+1}^{*}+e_{ij}u_{i,j+1}^{*}+e_{ij}^{+}u_{i+1,j+1}^{*}=q_{ij}\end{aligned} \tag{3}$$

这就是九点格式,对 u_{ij},在等距网格中,它可以通过周围的点表示出来,如图 1 所示。

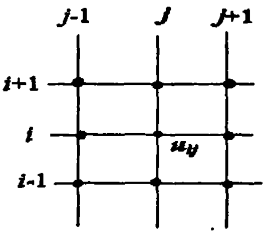


图 1 九点差分格式

收稿日期:2009-12-28
基金项目:国家自然科学基金资助(10275032 和 10475039)
作者简介:刘文艳(1979-),江苏建湖人,南华大学数理学院教师,核科学技术学院博士研究生,研究方向为核聚变与等离子体物理,偏微分方程数值解。

方程组用矩阵形式表示为：

$$Au=B \tag{4}$$

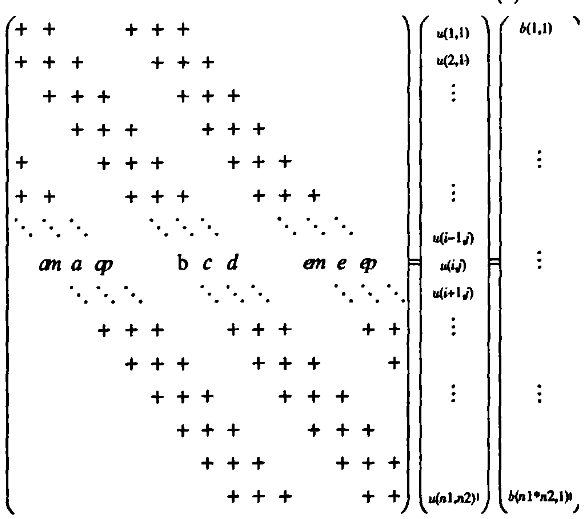


图 2 矩阵结构示意图

其中 A 是 $(N1*N2,N1*N2)$ 阶，B 是 $(N1*N2,1)$ 阶，u 是 $(N1*N2,1)$ 阶。a 对角与 c 对角以及 c 对角与 e 对角之间的带宽为 $N1$。

3 大型九对角的线性方程组的求解

在本文中出现的线性方程组 $Au=b$ 可归结为带状方程组，本文采用的是近似因子分解法，近似因子分解法是矩阵三角分解法的一种改进。[2,3]

对系数矩阵 A 用近似因子分解法进行分解，可以写成 $\tilde{A}=\tilde{L}\tilde{U}$，$\tilde{A}$ 是 A 的一个近似值，这里 $=A+R$，R 是一个四个对角线的元素是非零的且是非常小的误差矩阵，在计算时多出的，所以 A 可以分解为两部分：

$$A=\tilde{L}\tilde{U}-R \tag{5}$$

则(4)式可以写成：

$$(\tilde{L}\tilde{U}-R)u=B$$

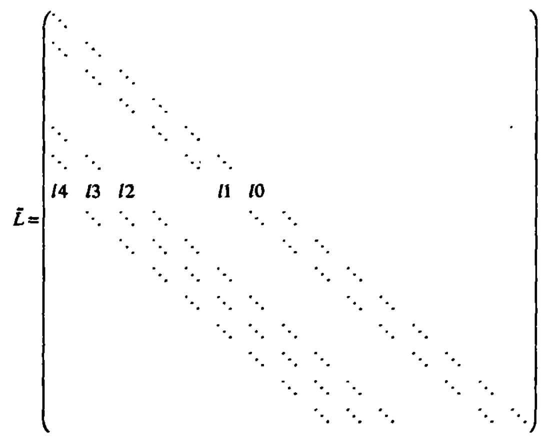
从而可以根据追赶法，用迭代方法进行求解

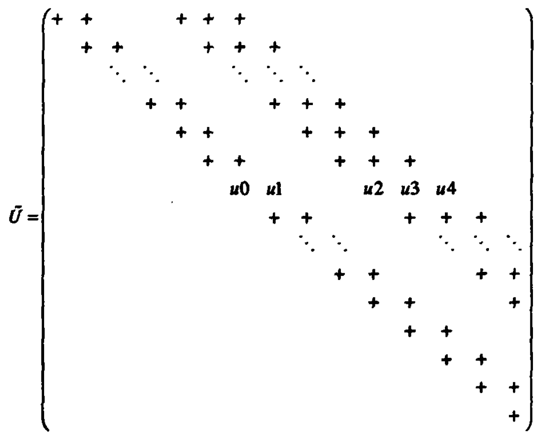
$$\tilde{L}\tilde{U}u^{(k+1)}=Ru^{(k)}+B \tag{6}$$

即
$$\tilde{L}x=Ru^{(k)}+B$$

$$\tilde{U}u^{(k+1)}=x$$

给定初始值 $u^{(0)}$，根据(6)式可以得到 u 的迭代序列。当达到给定精度时迭代停止。在对矩阵 A 进行 $\tilde{L}$ 和 $\tilde{U}$ 分解时，$\tilde{L}$ 是单位下五对角矩阵，$\tilde{U}$ 为上五对角矩阵。





在矩阵 A 进行 $\tilde{L}$ 和 $\tilde{U}$ 分解，分解方法与矩阵三角分解相同，$l_0=1.0$。

当 i=1 时

u0(1,1)=c(1,1), u1(1,2)=d(1,2), u2(1,n1)=em(1,n1),
u3(1,n1+1)=e(1,n1+1), u4(1,n1+2)=ep(1,n1+2),
l1(2,1)=b(2,1)/u0(1,1), l2(n1,1)=ap(n1,1)/u0(1,1),
l3(n1+1,1)=a(n1+1,1)/u0(1,1),
l4(n1+2,1)=am(n1+2,1)/u0(1,1)

当 2≤i≤n1-1 时

u0(i,i)=c(i,i)-l1(i,i-1)*u1(i-1,i), u1(i,i+1)=d(i,i+1),
u2(i,n1+i-1)=em(i,n1+i-1)-l1(i,i-1)*u3(i-1,n1+i-1),
u3(i,n1+i)=e(i,n1+i)-l1(i,i-1)*u4(i-1,n1+i),
u4(i,n1+i+1)=ep(i,n1+i+1),
l1(i+1,i)=b(i+1,i)/u0(i,i),
l2(i+n1-1,i)
=(ap(i+n1-1,i)-l3(i+n1-1,i-1)*u1(i-1,i))/u0(i,i),
l3(i+n1,i)=(a(i+n1,i)-l4(i+n1,i-1)*u1(i,i-1))/u0(i,i),
l4(i+n1+1,i)=am(i+n1+1,i)/u0(i,i)

当 i=n1 时

u0(i,i)

=c(i,i)-l1(i,i-1)*u1(i-1,i)-l2(i,i-n1+1)*u2(i-n1+1,i),
u1(i,i+1)=d(i,i+1)-l2(i,i-n1+1)*u3(i-n1+1,i+1),
u2(i,n1+i-1)=em(i,n1+i-1)-l1(i,i-1)*u3(i-n1i-1),
u3(i,n1+i)=e(i,n1+i)-l1(i,i-1)*u4(i-1,n1+i),
u4(i,n1+i+1)=ep(i,n1+i+1),
l1(i+1,i)=(b(i+1,i)-l3(i+1,i-n1+1)*u2(i-n1+1,i))/u0(i,i),
l2(i+n1-1,i)
=(ap(i+n1-1,i)-l3(i+n1-1,i-1)*u1(i-1,i))/u0(i,i),
l3(i+n1,i)=(a(i+n1,i)-l4(i+n1,i-1)*u1(i-1,i))/u0(i,i),
l4(i+n1+1,i)=am(i+n1+1,i)/u0(i,i)

当 i=n1+1 时

u0(i,i)=c(i,i)-l1(i,i-1)*u1(i-1,i)-l2(i,i-n1+1)*u2(i-n1+1,i) -l3(i,i-n1)*u3(i-n1,i),
u1(i,i+1)=d(i,i+1)-l2(i,i-n1)*u3(i-n1,i+1)-l3(i,i-n1) *u4(i-n1,i+1),
u2(i,n1+i-1)=em(i,n1+i-1)-l1(i,i-1)*u3(i-1,n1+i-1),
u3(i,n1+i)=e(i,n1+i)-l1(i,i-1)*u4(i-1,n1+i),
u4(i,n1+i+1)=ep(i,n1+i+1),
l1(i+1,i)=(b(i+1,i)-l3(i+1,i-n1+1)*u2(i-n1+1,i)-l4(i+1, i-n1+1)*u3(i-n1+1,i))/u0(i,i),
l2(i+n1-1,i)
=(ap(i+n1-1,i)-l3(i+n1-1,i-1)*u1(i-1,i))/u0(i,i),
l3(i+n1,i)=(a(i+n1,i)-l4(i+n1,i-1)*u1(i-1,i))/u0(i,i),
l4(i+n1+1,i)=am(i+n1+1,i)/u0(i,i)

当 n1+2≤i≤n1*n2-n1-2 时

u0(i,i)=c(i,i)-l1(i,i-1)*u1(i-1,i)-l2(i,i-n1+1)*u2(i-n1+1,i) -l3(i,i-n1)*u3(i-n1,i)-l4(i,i-n1-1)*u4(i-n1-1,i),
u1(i,i+1)=d(i,i+1)-l2(i,i-n1-1)*u3(i-n1-1,i+1)-l3(i,i-n1)*u4(i-n1,i+1),
u2(i,n1+i-1)=em(i,n1+i-1)-l1(i,i-1)*u3(i-1,n1+i-1),
u3(i,n1+i)=e(i,n1+i)-l1(i,i-1)*u4(i-1,n1+i),
u4(i,n1+i+1)=ep(i,n1+i+1),
l1(i+1,i)=(b(i+1,i)-l3(i+1,i-n1+1)*u2(i-n1+1,i)-l4(i+1, i-n1)*u3(i-n1,i))/u0(i,i),
l2(i+n1-1,i)
=(ap(i+n1-1,i)-l3(i+n1-1,i-1)*u1(i-1,i))/u0(i,i),
l3(i+n1,i)=(a(i+n1,i)-l4(i+n1,i-1)*u1(i-1,i))/u0(i,i),
l4(i+n1+1,i)=am(i+n1+1,i)/u0(i,i)

当 i=n1*n2-n1-1 时

u0(i,i)=c(i,i)-l1(i,i-1)*u1(i-1,i)-l2(i,i-n1+1)*u2(i-n1+1,i) -l3(i,i-n1)*u3(i-n1,i)-l4(i,i-n1-1)*u4(i-n1-1,i),
u1(i,i+1)=d(i,i+1)-l2(i,i-n1-1)*u3(i-n1-1,i+1)-l3(i,i-n1)*u4(i-n1,i+1),
u2(i,n1+i-1)=em(i,n1+i-1)-l1(i,i-1)*u3(i-1,n1+i-1),
u3(i,n1+i)=e(i,n1+i)-l1(i,i-1)*u4(i-1,n1+i),
l1(i+1,i)=(b(i+1,i)-l3(i+1,i-n1+1)*u2(i-n1+1,i)-l4(i+1, i-n1)*u3(i-n1,i))/u0(i,i),
l2(i+n1-1,i)
=(ap(i+n1-1,i)-l3(i+n1-1,i-1)*u1(i-1,i))/u0(i,i),
l3(i+n1,i)=(a(i+n1,i)-l4(i+n1,i-1)*u1(i-1,i))/u0(i,i)

当 i=n1*n2-n1 时

u0(i,i)=c(i,i)-l1(i,i-1)*u1(i-1,i)-l2(i,i-n1+1)*u2(i-n1+1,i) -l3(i,i-n1)*u3(i-n1,i)-l4(i,i-n1-1)*u4(i-n1-1,i),
u1(i,i+1)=d(i,i+1)-l2(i,i-n1-1)*u3(i-n1-1,i+1)-l3(i,i-n1)*u4(i-n1,i+1),
u2(i,n1+i-1)=em(i,n1+i-1)-l1(i,i-1)*u3(i-1,n1+i-1),
l1(i+1,i)=(b(i+1,i)-l3(i+1,i-n1+1)*u2(i-n1+1,i)-l4(i+1, i-n1)*u3(i-n1,i))/u0(i,i),
l2(i+n1-1,i)
=(ap(i+n1-1,i)-l3(i+n1-1,i-1)*u1(i-1,i))/u0(i,i)

当 n1*n2-n1+1≤i≤n1*n2-1 时

u0(i,i)=c(i,i)-l1(i,i-1)*u1(i-1,i)-l2(i,i-n1+1)*u2(i-n1+1,i) -l3(i,i-n1)*u3(i-n1,i)-l4(i,i-n1-1)*u4(i-n1-1,i),
u1(i,i+1)=d(i,i+1)-l2(i,i-n1-1)*u3(i-n1-1,i+1)-l3(i,i-n1)*u4(i-n1,i+1),
l1(i+1,i)=(b(i+1,i)-l3(i+1,i-n1+1)*u2(i-n1+1,i)-l4(i+1, i-n1)*u3(i-n1,i))/u0(i,i)

当 i=n1*n2 时,

u0(i,i)=c(i,i)-l1(i,i-1)*u1(i-1,i)-l2(i,i-n1+1)*u2(i-n1+1,i) -l3(i,i-n1)*u3(i-n1,i)-l4(i,i-n1-1)*u4(i-n1-1,i)

4 算法实例

例 1　对下列线性方程组进行求解:

$$
\left(\begin{array}{cccccccccccccccccccc}
5&1&&&1&1&1&&&&&&&&&&&&&\\
1&6&1&&&1&1&1&&&&&&&&&&&&\\
&1&6&1&&&1&1&1&&&&&&&&&&&\\
&&1&6&1&&&1&1&1&&&&&&&&&&\\
1&&&1&6&1&&&1&1&1&&&&&&&&&\\
1&1&&&1&8&1&&&1&1&1&&&&&&&&\\
1&1&1&&&1&9&1&&&1&1&1&&&&&&&\\
&1&1&1&&&1&9&1&&&1&1&1&&&&&&\\
&&1&1&1&&&1&9&1&&&1&1&1&&&&&\\
&&&1&1&1&&&1&9&1&&&1&1&1&&&&\\
&&&&1&1&1&&&1&9&1&&&1&1&1&&&\\
&&&&&1&1&1&&&1&9&1&&&1&1&1&&\\
&&&&&&1&1&1&&&1&9&1&&&1&1&1&\\
&&&&&&&1&1&1&&&1&9&1&&&1&1&1\\
&&&&&&&&1&1&1&&&1&8&1&&&1&1\\
&&&&&&&&&1&1&1&&&1&7&1&&&1\\
&&&&&&&&&&1&1&1&&&1&6&1&&\\
&&&&&&&&&&&1&1&1&&&1&6&1&\\
&&&&&&&&&&&&1&1&1&&&1&6&1\\
&&&&&&&&&&&&&1&1&1&&&1&5
\end{array}\right)
\left(\begin{array}{c}
x_1\\ x_2\\ \\ \vdots\\ \\ \\ \vdots\\ \\ \\ \\ \\ \\ \vdots\\ \\ \\ \\ \vdots\\ \\ \\ x_{20}
\end{array}\right)
=
\left(\begin{array}{c}
9\\ 11\\ 11\\ 11\\ 12\\ 15\\ 17\\ 17\\ 17\\ 17\\ 17\\ 17\\ 17\\ 17\\ 15\\ 13\\ 11\\ 11\\ 11\\ 9
\end{array}\right)
$$

该线性方程组的精确解是 $x_1=x_2=\cdots=x_{20}=1.0$ 用近似三角分解法迭代两次得到的解是：

x(1)=1.00229203580291

x(2)=1.00724325408891

x(3)=0.991428495372155

x(4)=0.990211330139144

x(5)=1.01598430122736

x(6)=0.997100256064724

x(7)=0.968212009604483

x(8)=0.981791554155636

x(9)=0.966896899344042

x(10)=0.954665141102923

x(11)=0.973868195809556

x(12)=0.985650360977014

x(13)=1.00506597641747

x(14)=1.11204333994465

x(15)=1.11108198701256

x(16)=1.12951107971722

x(17)=0.967621049530240

x(18)=0.997440447089994

x(19)=0.856343943103580

x(20)=1.62873123962897

而要达到同样的精度 $\|x^{(k+1)}-x^{(k)}\|_\infty \le 0.08$，用高斯塞德尔算法求解该方程组时，需要迭代 95 次。

五 结 论

从上面的对比可以发现该算法对上述的线性方程组进行求解时，迭代的次数明显比高斯塞德尔算法要少得多，但是值得注意的是，用近似三角分解法对方程组求解时，有时会出现不稳定的情况，所以用近似三角分解法之前要对方程组的系数矩阵进行判断(是否为对角占优矩阵)。对于大型的九对角线性方程组(比如 $n1=n2=200$ 时，线性方程组的系数矩阵就是 40000*40000 阶)，选用该算法时，只要存储非零元素，可以节省大量的存储空间。并且在计算时经过有限次的迭代，就可以得到所要的解，这样又可以节省大量运行时间。

参考文献：

[1]陆金甫,关治.偏微分方程数值解法(第 2 版)[M].北京：清华大学出版社,2004.

[2]Parviz Moin.Fundamentals of Engineering Numerical Analysis [M].NY:Cambridge University Press, 2001.

[3]Owe Axelsson.Iterative Solution Methods[M].NY: Cambridge University Press, 1996.

责任编辑：胡德明

An Instance for the Solution of the Large Sparse nine- diagonal Lineal Systems Using Approximate Matrix Factorization

Liu Wenyan, Gong Xueyue, Peng Xiaowei

(University of South China, Hengyang 421001, China)

Abstract: Based on the principle of matrix factorization method, this paper firstly triangular factorizes the large sparse nine-diagonal coefficient matrix, and then obtains its solution using chase-after method. The instance shows that approximate matrix factorization is fast and effective for the solution of large sparse nine- diagonal lineal systems.

Key words: lineal systems; elliptic partial differential equation; nine point difference; approximate matrix factorization

大型九对角线性方程组的近似三角分解法算法实例

作者： 刘文艳， 龚学余， 彭晓炜， Liu Wenyan， Gong Xueyue， Peng Xiaowei
作者单位： 南华大学数理学院,湖南,衡阳,421001
刊名： 黄山学院学报
英文刊名： JOURNAL OF HUANGSHAN UNIVERSITY
年，卷(期)： 2009，11(3)

相似文献(8条)

1.学位论文 钟金标 非线性椭圆型方程组的可解性 2002

该文利用不动点定理,上、下解方法,Leray-Schauder度理论,隐函数组定理,嵌入定理等方法,研究了非线性椭圆型方程和方程组的若干定解问题.第一章§2,研究了半线性椭圆型方程组;§3 研究了半线性椭圆型方程组;第二章 §2在有介洞型区域内研究了半线性椭圆型方程组;§3研究了洞型区域内半线性椭圆型方程;第三章 研究了拟线性方程组;第四章研究了半线性椭圆型方程组;第五章研究了奇异拟线性椭圆型方程组.

2.期刊论文 李园庭.Li Yuanting 关于二阶常系数线性椭圆型偏微分方程组解的唯一性的若干结论 -南昌航空工业学院学报（自然科学版）1999,13(1)

本文证明了一个矩阵方面的有用结论,即文中定理2,说明了当条件(Ⅰ)、(Ⅱ)成立时,对于二个自变量、二个未知函数的二阶常系数线性方程组(1)可化为强椭圆型方程组,这一结论也可推广到某些三个未知函数的情形.利用强椭圆型方程组解必定唯一的结论,证明了某些二阶常系数线性椭圆型方程组在有界闭区域内Dirichlet问题解的唯一性.

3.学位论文 张鹏程 非线性MHD方程的混合有限元方法和最小二乘有限元方法 2008

在研究磁场力对导电流体定常运动的过程中，我们得到的方程是非线性的，这就使磁流体动力学流动的数学分析复杂化，但可以用数值法求解.它们虽然是简化情况的解，然而清晰地阐明了基本的流动规律，利用这些规律至少可以定性地讨论更复杂的磁流体动力学流动.由于在实际问题中往往不需要求最一般形式的方程组的解，而只需求某一特殊问题的方程组的解，因此对简化方程的研究，我们可以得到有实用价值的解.在[1]中给出了线性方程组的最小二乘有限元方法. 本文通过混合有限元方法和最小二乘有限元方法对下面的理想化的非线性方程进行了分析研究: -νΔu+(u·▽)u+▽p-p(▽×B)×B=F inΩ ▽·u=0 inΩ k▽×▽×B-▽×(u×B)=g inΩ ▽·B=0 inΩ (1.1)u=0 onΓ B·n=0 onΓ curlB×n=0 onΓ 通过分析，本文给出了解的存在性分析和误差估计. 全文共分为三章. 第一章是预备知识，给出了在后面将要用到的结论，主要的是椭圆型方程的混合有限元解存在性的基本条件. 第二章是混合有限元方法，首先给出基本函数空间的定义，其次给出稳态的非线性MHD方程，并导出弱形式，再次给出混合有限元解的存在性的证明，最后给出混合有限元解的收敛性分析. 第三章是最小二乘有限元方法，首先给出最小二乘形式，然后证明解的存在性，最后给出解的收敛性分析。

4.学位论文 关晓明 非平稳小波在椭圆型方程中的应用 2004

该文主要考虑Helmholtz方程和Laplace方程的边值问题的数值解的小波方法.这两类问题在力学与工程学中都有着广泛的应用.为了解决上述问题,我们将Quak三角小波和Galerkin方法结合起来求解所得到的自然边界积分方程.该文将小波理论及自然边界元方法结合起来研究Helmholtz方程和Laplace方程的边值问题的数值解.对于圆外区域求解Helmholtz方程的问题,我们首先应用自然边界元方法进行归化,然后应用Galerkin方法并取Quak三角小波的尺度函数作为基函数对这个问题进行求解,得到了数值解的算法并给出了数值解的误差估计.我们所得到的刚度矩阵,其元素有有限的具体表达式,刚度矩阵的结构具有循环、反对称性.这样刚度矩阵系数的计算量大大减少,计算精度也大大提高.对于圆域内Laplace方程的Neumann边值问题.我们将Quak小波的尺度函数作为基函数对所得到的自然积分方程进行离散化并应用积分核级数展开法进行计算,得到了一个线性方程组.方程组的系数矩阵具有一定的特殊性:循环、对称性.该文针对其矩阵的特殊结构设计了一种快速解法.实验证明,其求解效率大大提高.

5.学位论文 刘跃武 非线性微分方程求解的加速搜索延拓法和新外推瀑布式多网格法研究 2008

随着科学技术的发展，在天体物理学、量子力学等众多领域，科学家们建立了越来越多的非线性微分方程模型，对其求解方法的研究也取得了丰硕的成果.本文研究了非线性微分方程求解的加速搜索延拓方法和新外推瀑布式多重网格法. 本文首先提出了非线性微分方程多解问题的加速搜索延拓方法，此方法的算法为：第一步，在粗网格上用陈传淼和谢资清两位教授提出的搜索延拓法求解得υh；第二步，在细网格上利用粗网格上得到的解υh把非线性问题线性化，求解得eH，从而υh+eH把粗网格上得到的解υh进行第一次校正；第三步，在粗网格上再利用前两层网格上求得的解υh，eH，把非线性问题再次线性化，求解得eh，从而υh+eH+eh使粗网格上得到的解uh进行第二次校正.本文对一维半线性椭圆型方程多解计算进行了数值实验，将区域剖分为4096等分，对其中一个解的计算分别用加速搜索延拓方法和搜索延拓法，当达到相同的误差精度时，比较了两种方法的耗时，结果表明加速搜索延拓方法在网格很密时，效率非常高。对于二维半线性椭圆型方程多解问题，本方法能很快算出1-4重特征值情形的多个解。本文还研究了一类具有唯一解的半线性椭圆型方程的新外推瀑布式多重网格方法，其算法为：第一步，在第一层均匀网格上用有限元离散得到非线性方程组，再用牛顿迭代法计算其解；第二步，将网格均匀加密一倍，用前一层网格同样的方法计算其解；第三步，将网格再均匀加密一倍，用前一层网格上的解将非线性问题线性化，再以前两层网格上的解作新外推，得到一个好的初值，再进行迭代求解；第四步，再继续加密和利用前两层网格得到的解作新外推，再迭代。本文在第三步中，分别用线性插值方法、传统外推法、新外推法得到初值，再用瀑布式多重网格法计算了一类半线性椭圆型方程的解，数值结果表明新外推方法具有非常明显的优势.

6.期刊论文 杨作东.陆启韶.YANG Zuo-dong.LU Qi-shao 一类非牛顿渗流系统爆破界的估计 -应用数学和力学 2001,22(3)

首先得到一类拟线性椭圆型方程组的正解的先验界估计和衰减性质，从而推出该方程组的径向非增正对称解的不存在性结果。利用此结果建立了一类拟线性反应扩散方程组(非牛顿渗流系统)的爆破界的估计，推广了半线性(Fujita型)反应扩散方程组的结果。

7.期刊论文 谢朝东.焦华.王梅 二阶拟线性椭圆型方程组广义解的正则性 -贵州科学2003,21(4)

近年来对临界方程正则性研究正在兴起,其研究方法大多数用选取实验函数的待定方法,及Morse迭代方法证明其正则性.本文应用积分估计的方法,特别对临界项与超临次进行仔细估计,在一定条件下,得到一类二阶拟线性方程组广义解的正则性.

8.学位论文 白荣霞 若干偏微分方程的基于自然边界归化的区域分解算法 2008

有限元法、边界元法以及广义差分法是求解许多工程问题的常用的数值方法.边界元方法适于求解线性、均质问题无界区域问题,但是受问题及区域的复杂性的限制;有限元及有限体积法则适用于有界区域,可以求解非线性的、非均质的问题.自然边界元法是中国学者首次提出的一种边界元方法,该方法不但有一般边界元方法所共有的优点.而且还有许多独特的特点. 无界区域上偏微分方程边值问题的求解一直备受人们关注,人们尝试着用各种数值方法来克服由区域无限性所带来的困难.另一方面区域分解算法已成为近年来计算数学研究的热门领域. 本文基于自然边界归化方法,研究无界区域上对于各向异性常系数椭圆型偏微分方程问题的一种重叠型区域分解算法. 本文还将CC型对偶剖分的广义差分法与自然边界元方法相结合,解决一类半线性各向异性椭圆型外边值问题. 第一章介绍本文的研究内容,该课题的研究意义、研究现状、发展趋势以及有关有限元、自然边界元、广义差分法的基本理论. 第二章,提出对于各项异性常系数椭圆型偏微分方程问题的一种重叠型区域分解算法即Schwarz交替算法,证明了在连续情形

下最大模意义下的几何迭代收敛性并通过Fourier分析以及共焦椭圆边界的性质获得了不依赖各项异性程度的最优的迭代收敛因子;利用极值原理证明了离散情形下得几何收敛性;得到了迭代收敛解的误差估计;进一步精细的分析了压缩因子并与数值例子一致.最后,数值结果证实了理论分析的正确性,也进一步证明了在无界区域上解各项异性椭圆型偏微分方程的优越性.第三章,将CC型对偶剖分的广义差分法与自然边界元方法相结合,解决一类半线性各向异性椭圆型方程外边值问题,利用广义差分法进行离散化,得到差分格式,形成非线性方程组,根据有限元与自然边界元误差估计理论和广义差分法黼值理论,获得一阶的误差估计.