

# 金融资本市场的多重分形谱研究及实证分析

程 蓉<sup>1</sup>,毛军军<sup>1,2</sup>,何其慧<sup>3</sup>

(1.安徽大学 数学科学学院,安徽 合肥 230039; 2.安徽大学 智能计算与信号处理教育部重点实验室,安徽 合肥 230039;  
3.安徽经济管理干部学院,安徽 合肥 230039)

**摘 要:**文章根据国内外 6 家 IT 公司股票收盘价的真实时间序列进行了多重分形谱研究,结果表明国内外 IT 公司股票具有多重分析特征,且多重分形的形状不随时间标度的改变而改变。对于同一支股票,随着配分阶数的增大,多重分形随之增强。对于特定的股票与固定的配分阶数,多重分形随着时间范围的缩小而减弱。在同一时间范围内,IBM,HP,紫光,同方,APPLE,方正股票的多重分形依次增强。

**关键词:**IT 公司;股票收盘价;多重分形分析

**中图分类号:**TB18      **文献标识码:**A      **文章编号:**1672-447X(2009)03-0037-07

## 1 序 言

股票市场是一个高度复杂的非线性系统。简单的分形维应用于股票交易数据波动的研究,只能得到波动形态宏观概貌性描述,无法刻画波动复杂而全面精细的结构信息。而多重分形分析(Multifractal Analysis)是从系统的局部出发研究其最终整体的特征的方法,用其可以刻画股票时间序列的局部分形特征,更加真实地描绘股票市场价格变化的复杂统计特征。

许多学者都对实际市场的历史数据进行研究,Schmitt 和 Schertzer 等的研究表明,US\$/FF 汇率的变化是一个多重分形过程。<sup>[1]</sup>Hiroaki Katsuragi 对日本证券市场进行了研究,得出了日本证券市场具有多重分形特征的结论。<sup>[2]</sup>Andreadis 等运用统计学及系统动力学理论中的多种方法对 Dow-Jones Average 从 1928 年至 2000 年的日收盘价进行检验,从而为证实美国股票市场是随机多重分形结构提供

有力证据。<sup>[3]</sup>国内学者也进行了积极的探索,卢方元、胡学明都对中国股票市场进行了实证研究,确认了股指收益率的多重分形特征。<sup>[4-5]</sup>魏宇等人通过对沪深两市的实证研究发现中国股票市场具有多重分形特征。<sup>[6]</sup>

本文对国内外 6 家 IT 公司紫光、同方、方正、HP、APPLE 与 IBM 股票收盘价,深入研究 IT 领域股票市场的多重分形特性,从而为进一步研究价格变化的动力学机理提供实证基础。

## 2 理论与方法

多重分形(Multifractal)又称为多标度分形,是 Mandelbrot 在 1972 年研究湍流时首先提出的。多重分形是定义在分形结构上的由有限几种或大量具有不同奇异标度指数  $\alpha$ (Singularity)的概率的子集构成的非均匀分维分布的奇异集合。多重分形正是通过奇异谱函数  $f(\alpha)$ (Spectrum)来定量刻画分形体由不同局部条件、或在演化过程中不同层次所导致的概率

收稿日期:2009-01-20

基金项目:国家自然科学基金资助(60475017,60675031),安徽省高校省级自然科学基金资助(2008B093)。

作者简介:程 蓉(1984-),安徽绩溪人,安徽大学数学科学学院硕士研究生,主要研究方向是智能计算。

$p_i$  在整个集合上的分布状况,是对分形结构复杂、不规则程度以及不均匀程度的度量。

设股票价格指数的时间序列为  $\{x_i\}, i=1, 2, \dots, T$ ,  $T$  为序列的长度。按大小  $\varepsilon (\varepsilon < 1)$  均匀等分序列,各等份的大小为  $t (\varepsilon = t/T)$ , 份数为  $N$ , 令  $p_j(\varepsilon)$  为第  $j$  份的质量概率 ( $j=1, 2, \dots, N$ ), 又称为质量密度,

$$p_j(\varepsilon) = I_j(\varepsilon) / \sum I_j(\varepsilon), j=1, 2, \dots, N \quad (1)$$

其中  $I_j(\varepsilon)$  为大小为  $\varepsilon$  时, 第  $j$  份内各价格指数之和,  $\sum$  是对所有各份求和。

定义配分函数  $x_q(\varepsilon)$

$$x_q(\varepsilon) = \sum p_j^q(\varepsilon) = \varepsilon^{\tau(q)} \quad (2)$$

其中  $q$  称为配分阶数, 其取值范围  $-\infty$  为  $\infty$  到间的整数, 可视实际情况而定。实证分析中, 通过作图  $\ln x_q(\varepsilon) - \ln \varepsilon$ , 由其斜率求得  $\tau(q)$ ,  $\tau(q)$  被称为质量指数。

由  $\tau(q)$  可以计算出多重分形谱  $f(\alpha)$ , 其计算公式如下:

$$\frac{d}{dq} [\tau(q)] = \alpha(q) \quad (3)$$

$$\tau(q) = q\alpha(q) - f(\alpha) \quad (4)$$

其中  $\alpha$  称为局部分维 (local fractal dimension), 又称为奇异指数 (singular exponent),  $f(\alpha)$  称为标度指数 (scale exponent), 又称为分形维 (fractal dimension) 或奇异谱。奇异谱  $f(\alpha)$  随奇异指数  $\alpha$  的变化曲线就是多重分形谱曲线, 反映了概率分布的特征。  $\alpha$  和  $f(\alpha)$  是描述多重分形的一套参量。

多重分形的奇异性指数  $\alpha$  描述了每一次分割形成的质量分布概率子集的大小。分形谱的宽度  $\Delta\alpha = \alpha_{max} - \alpha_{min}$  表征了最大、最小概率间的差别。也就是概率变化的不均匀性, 表明多重分形的强弱变化程度。相应的最大、最小概率子集分形维数的差别  $\Delta f = f(\alpha_{min}) - f(\alpha_{max})$  反映了高低价出现频率的变化。  $\Delta f > 0, f(\alpha) - \alpha$  曲线呈左钩状;  $\Delta f < 0, f(\alpha) - \alpha$ , 呈右钩状。多重分形谱越宽, 对应风险和收益越大, 反之亦然。

### 3 实证分析

#### 3.1 数据来源及预处理

本文将国内 3 家 IT 公司方正、紫光、同方股票在 2000 年 1 月 4 日-2008 年 10 月 17 日的每日收

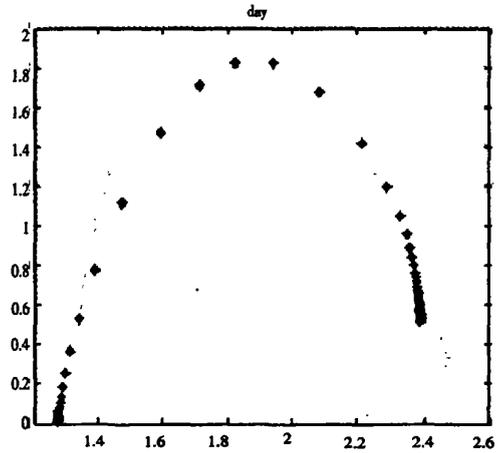
盘价 (仅含交易日) 与国外 3 家 IT 公司 HP、APPLE、IBM 股票在 1990 年 1 月 2 日-2008 年 10 月 17 日的每日收盘价 (仅含交易日) 进行研究, 数据中消除了周末, 节假日的影响。使用的数据来源于 <http://finance.google.cn>。

#### 3.2 多重分形结果及分析

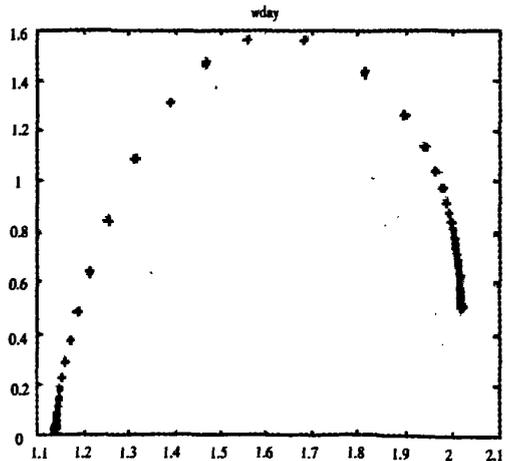
本文利用 Matlab 软件对上述算法编程后对国内外 6 家公司的股票收盘价进行了多重分形研究。

##### 3.2.1 国内外单支股票收盘价的多重分形结果

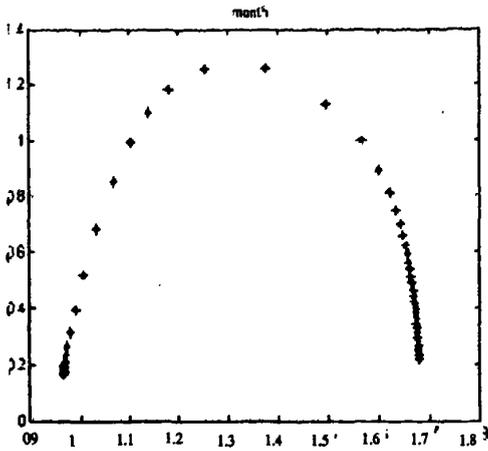
对 IBM 公司与方正公司的股票收盘价, 分别以 1, 5, 20 为时间标度作出多重分形谱曲线, 其中的 1, 5, 20 都是按照交易日进行计算, 折算成正常的时间分别对应 1 天, 1 个星期, 1 个月。配分函数中  $q$  的取值为  $-30 \leq q \leq 30$ , 间隔为 1。结果如下:



(a)

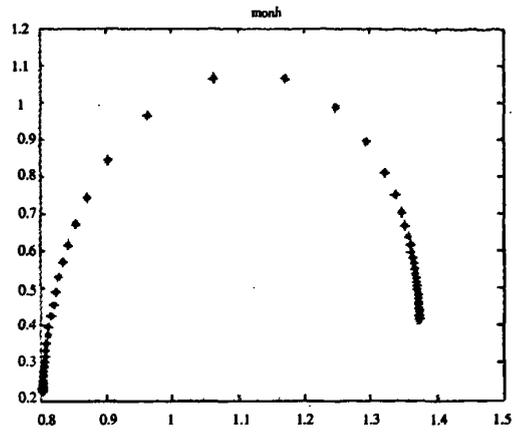


(b)



(c)

图1 IBM股票收盘价的 $f(\alpha)$ - $\alpha$ 曲线

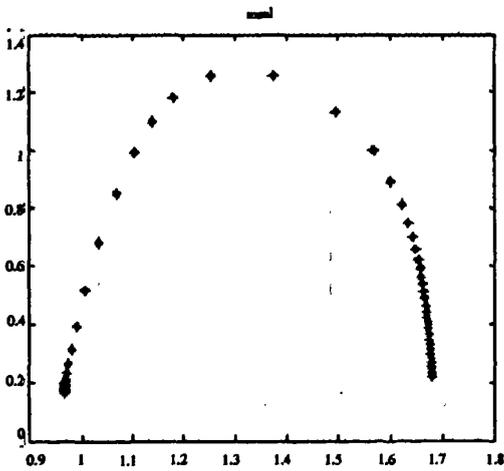


(g)

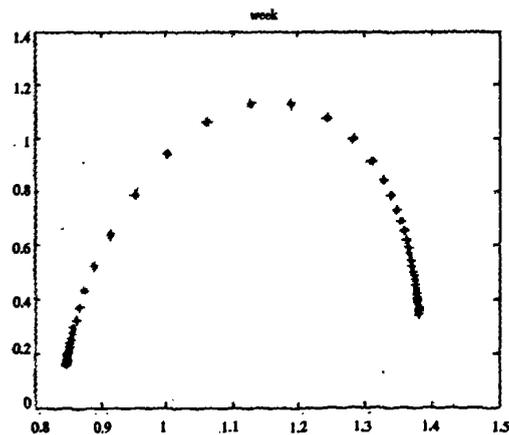
图2 方正股票收盘价的 $f(\alpha)$ - $\alpha$ 曲线

表1 分形谱宽度( $\Delta\alpha$ )和相应分形维数差( $\Delta f$ )随时间标度的变化

IBM			
时间标度	1	5	20
$\Delta\alpha$	1.1178	0.8819	0.7118
$\Delta f$	-0.5060	-0.4859	-0.0577
方正			
时间标度	1	5	20
$\Delta\alpha$	1.0116	0.7348	0.5705
$\Delta f$	-0.2213	-0.3384	-0.1875



(e)



(f)

1.根据图1(a)-(c)与图2(e)-(g),对于同一支股票,不同时间标度的奇异谱曲线具有相似的形状,都呈右钩状,说明多重分形的形状不随标度的改变而改变。

2.根据表1,对于同一支股票,奇异谱宽度( $\Delta\alpha$ )随着标度的增大而缩短,这说明随着标度的增大,多重分形的强弱程度在减小。对于IBM股票的收盘价,相应的分形维数差( $\Delta f$ )绝对值随着时间标度的增大而减小,即右钩状越趋不明显。而对于方正股票的收盘价,相应的分形维数差( $\Delta f$ )与时间标度之间没有明显的变化规律。

### 3.2.2 国内3家公司股票收盘价的三重分形结果

方正、紫光、同方3家公司股票的收盘价以天为时间标度的多重分形谱曲线见图3,图4,其中图3中 $q$ 的取值为 $-30 \leq q \leq 30$ ,间隔为1;图4中 $q$ 的

取值为  $-50 \leq q \leq 50$ , 间隔为 1。

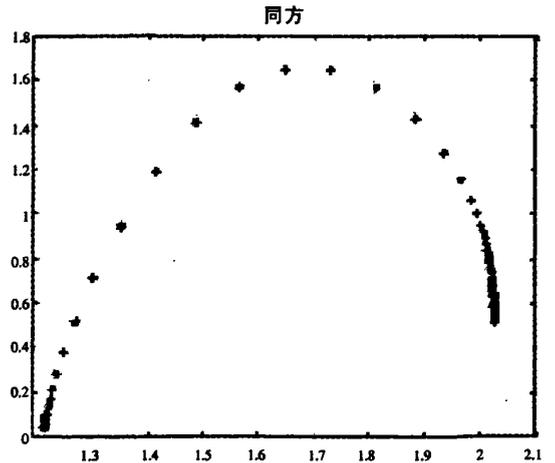
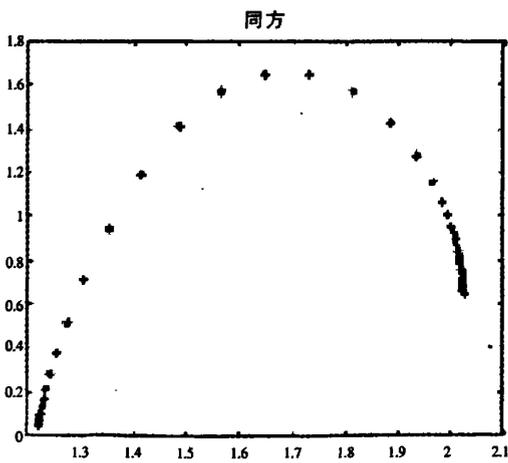
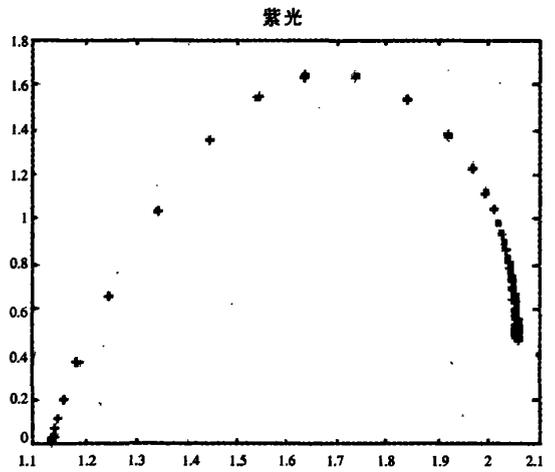
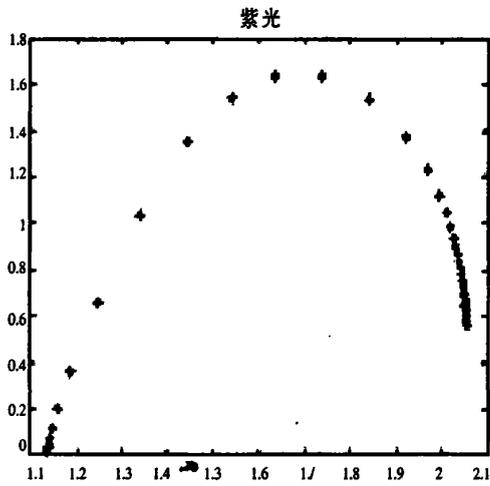
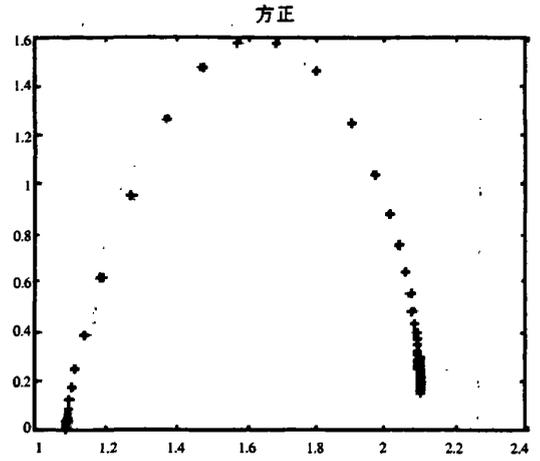
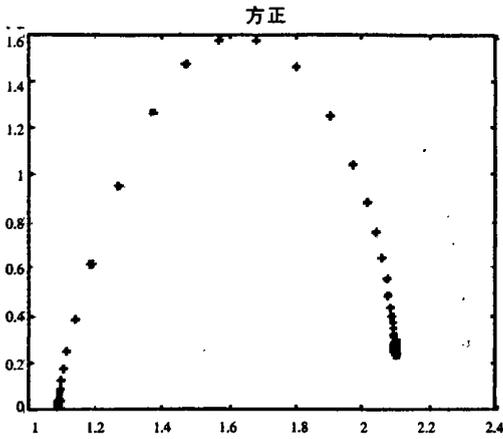


图3  $f(\alpha)$ - $\alpha$  曲线 ( $q=-30:30$ )

图4  $f(\alpha)$ - $\alpha$  曲线 ( $q=-50:50$ )

表2 分形谱宽度( $\Delta\alpha$ )和相应分形维离差( $\Delta f$ )随 $q$ 的变化

$q=-30:30$			
公司	方正	紫光	同方
$\Delta a$	1.0116	0.9208	0.8027
$\Delta f$	-0.2213	-0.5610	-0.6014
$q=-50:50$			
公司	方正	紫光	同方
$\Delta a$	1.0136	0.9235	0.8064
$\Delta f$	-0.1521	-0.4593	-0.4769

1.根据表2,对于同一支股票,配分函数中不同的 $q$ 值会带来不同的统计结果,随着 $q$ 值的增大,一是奇异谱的宽度逐渐增大,多重分形随之增强;二是相应的离差绝对值也逐渐减小,即右钩状越趋不明显。

2.对于固定的 $q$ 值,同方,紫光,方正股票收盘价的奇异谱宽度依次增大,表明多重分形依次增强。即方正股票波动性较同方、紫光强,蕴含风险较大。

3.2.3 国外3家公司股票收盘价的多重分形结果

HP,APPLE,IBM3家公司股票的收盘价以天为时间标度的多重分形谱曲线见图5,图6,其中图3中 $q$ 的取值为 $-30 \leq q \leq 30$ ,间隔为1;图6中 $q$ 的取值为 $-50 \leq q \leq 50$ ,间隔为1。

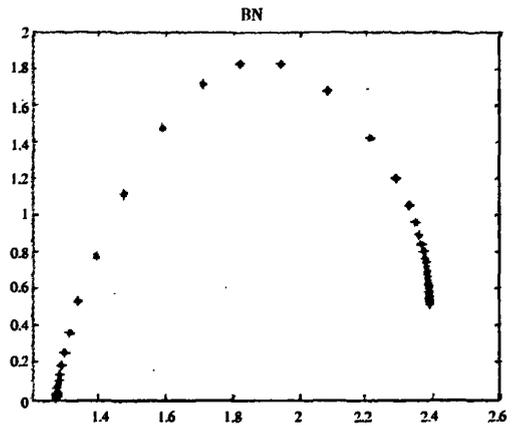
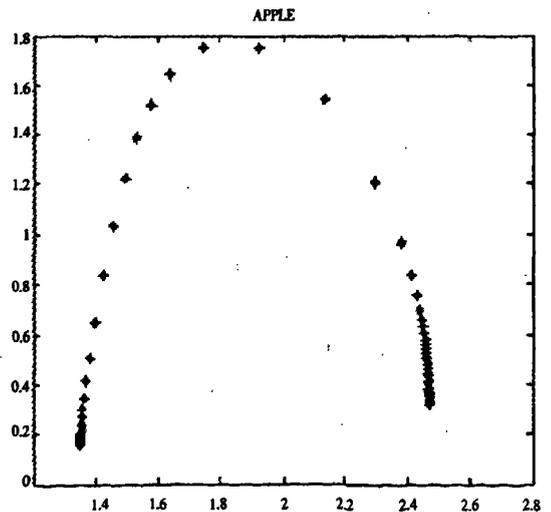
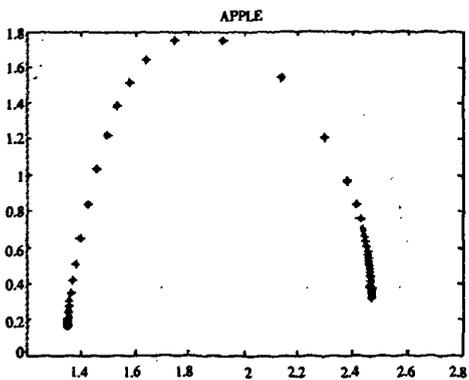
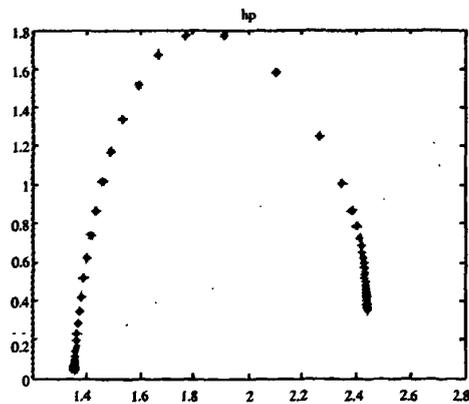
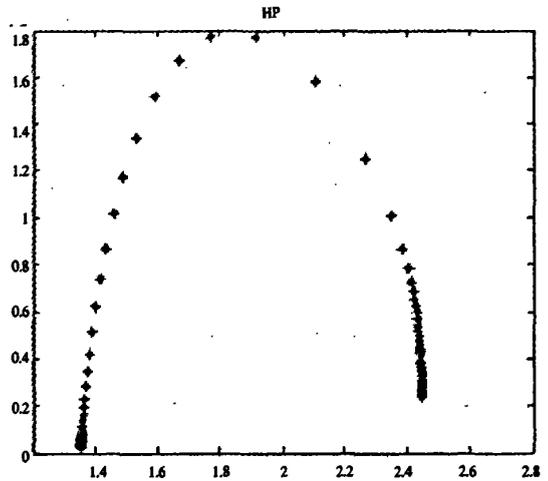


图5  $f(\alpha)-\alpha$  曲线( $q=-30:30$ )



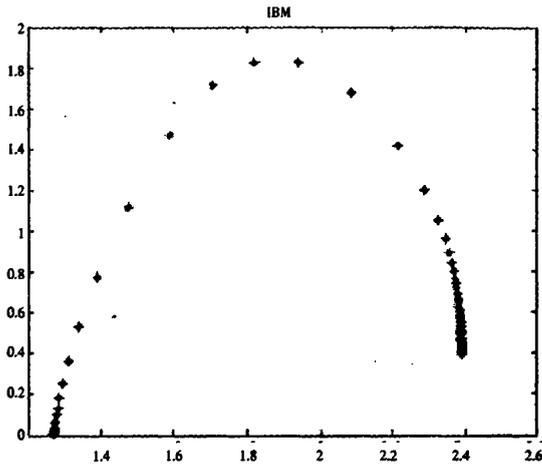


图6  $f(\alpha)$ - $\alpha$  曲线 ( $q=-50:50$ )

表3 分形谱宽度( $\Delta\alpha$ )和相应分形维离差( $\Delta f$ )随  $q$  的变化

$q=-30:30$			
公司	HP	APPLE	IBM
$\Delta\alpha$	1.0894	1.1209	1.1178
$\Delta f$	-0.3143	-0.1643	-0.5060
$q=-50:50$			
公司	HP	APPLE	IBM
$\Delta\alpha$	1.0929	1.1249	1.1210
$\Delta f$	-0.2131	-0.0757	-0.3895

1. 根据表3,对于同一支股票,配分函数中不同的  $q$  值会带来不同的统计结果,随着  $q$  值的增大,一是奇异谱的宽度逐渐增大,多重分形随之增强;二是相应的离差绝对值也逐渐减小,即右钩状越趋不明显。

2. 对于固定的  $q$  值,HP,IBM,APPLE 股票收盘价的奇异谱宽度依次增大,表明多重分形依次增强。APPLE 股票波动性较 HP,IBM 强,蕴含风险较大。

### 3.2.4 国内外公司股票收盘价的 多重分形结果的比较

由于国外3家IT公司HP,APPLE,IBM股票的收盘价是从1990年1月2日-2008年10月17日,而国内3家IT公司方正、紫光、同方股票的收盘价是从2000年1月4日-2008年10月17日,为了方便比较,我们同时选取这6家公司从2000年1月4日-

2008年10月17日的股票收盘价进行研究。

其中  $q$  的取值为  $-50 \leq q \leq 50$ , 间隔为1。以天为时间标度的多重分形谱曲线见图7和表4。

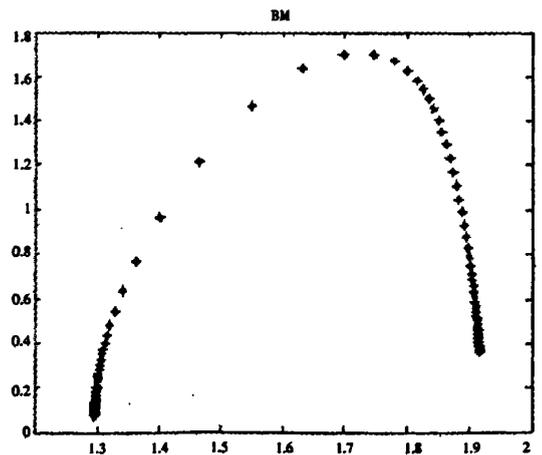
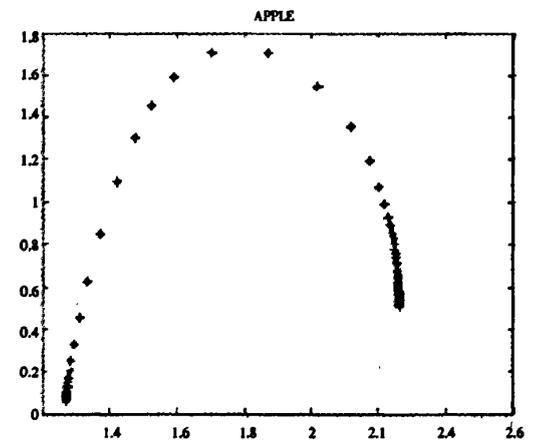
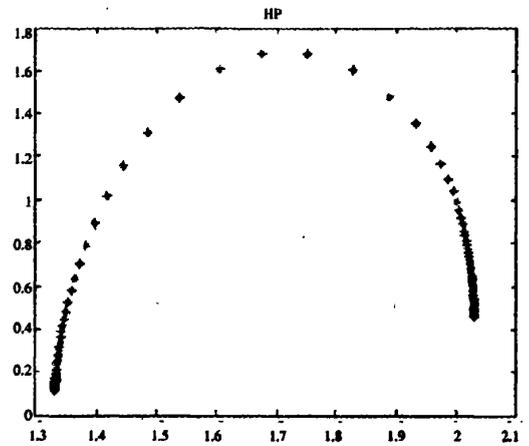


图7 国外三家公司股票收盘价的  $f(\alpha)$ - $\alpha$  曲线

表4 分形谱宽度( $\Delta\alpha$ )和相应分形维离差( $\Delta f$ )

	HP	APPLE	IBM
$\Delta\alpha$	0.6995	0.9909	0.6219
$\Delta f$	-0.3422	-0.4475	-0.2915
	方正	紫光	同方
$\Delta\alpha$	1.0136	0.9235	0.8064
$\Delta f$	-0.1521	-0.4593	-0.4769

1. 根据表3和表4,对于固定的 $q$ 值( $-50 \leq q \leq 50$ ),HP,APPLE,IBM股票收盘价的奇异谱宽度都随着时间范围的缩小而减小,即多重分形随之减弱。与奇异谱宽度对应的分形维离差的变化没有明显的规律。

2. 根据表4,对于国外3家公司,IBM,HP,APPLE股票收盘价的奇异谱宽度依次增大,表明多重分形依次增强。对于这6家公司,IBM,HP,同方,紫光,APPLE,方正股票收盘价的奇异谱宽度依次增大,表明多重分形依次增强,即这6支股票的波动性依次增强,蕴含风险依次增大。

#### 4 结束语

本文对国内外6家IT公司紫光、同方、方正、HP,APPLE与IBM股票收盘价,深入研究IT领域股票市场的多重分形特性,结果表明国内外IT公司

股票具有多重分析特征,且多重分形的形状不随时间标度的改变而改变;对于同一支股票,随着配分期数的增大,多重分形随之增强;对于特定的股票与固定的配分期数,多重分形随着时间范围的缩小而减弱。在同一时间范围内,IBM,HP,紫光,同方,APPLE,方正股票的多重分形依次增强,从而为不同类型投资者选择正确投资对象提供了理论依据。

#### 参考文献:

- [1]SCHMITT F,SCHERTZER D,LOVEJOY S.Multifractal fluctuations in finance [J].Int J. Theor. Appl. Fin. 2000,3(3): 361-364.
- [2]HIROAKI KATSURAGI.Evidence of multi-affinity in the Japanese stock market [J]. Physica A,2000(278):275-281.
- [3]ANDREADIS I,SERLETIS A.Evidence of a random multi-fractal turbulent structure in the dow Jones industrial average [J].Chaos,solitons and fractals. 2002,13 (6):1309-1315.
- [4]卢方元.中国股市收益率的多重分形分析[J].系统工程理论与实践,2004,(6):51-55.
- [5]胡学明,宋学锋.深沪股票市场多重分形分析[J].数量经济技术经济研究,2003,(8):124-127.
- [6]魏宇,黄登仕.基于多标度分形理论的金融风险测度指标研究[J].管理科学学报,2005,8(4):51-59.
- [7]张济忠.分形[M].北京:清华大学出版社,1995.
- [8]孙霞,吴自勤,等.分形原理及其应用[M].合肥:中国科学技术大学出版社,2003.

责任编辑:胡德明

## Multi-fractal Analysis and its Application in Financial Capital System

Cheng Rong<sup>1</sup>,Mao Junjun<sup>1,2</sup>, He Qihui<sup>3</sup>

(1.School of Mathematical Science, Anhui University, Hefei 230039, China; 2.Key Laboratory of Intelligence Computation and Signal Processing of Ministry of Education, Anhui University, Hefei 230039, China; 3.Anhui Economic Management Cadre Institute, Hefei 230039, China)

**Abstract:** In this paper, multi-fractal analysis is employed to analyze the closing price series of stocks in the system of six IT companies at home and abroad. The results show that all the stocks have multi-fractal features, and the multi-fractal shape does not change with time scales. For the same stock, with the order of partition function increasing, the multi-fractal strength increases. For a certain stock and a fixed order of partition function, with the range of time series decreasing, the multi-fractal strength decreases. Moreover, in the same time series, the multi-fractal strength of IBM, HP, ZiGuang, TongFang, APPLE and FangZheng increases in turn.

**Key words:** IT Company; closing price series of stock; multi-fractal analysis

# 金融资本市场的多重分形谱研究及实证分析

作者: 程蓉, 毛军军, 何其慧, Cheng Rong, Mao Junjun, He Qihui

作者单位: 程蓉, Cheng Rong(安徽大学, 数学科学学院, 安徽, 合肥, 230039), 毛军军, Mao Junjun(安徽大学, 数学科学学院, 安徽, 合肥, 230039; 安徽大学, 智能计算与信号处理教育部重点实验室, 安徽, 合肥, 230039), 何其慧, He Qihui(安徽经济管理干部学院, 安徽, 合肥, 230039)

刊名: 黄山学院学报

英文刊名: JOURNAL OF HUANGSHAN UNIVERSITY

年, 卷(期): 2009, 11(3)

引用次数: 0次

本文链接: [http://d.wanfangdata.com.cn/Periodical\\_hsxxyb200903010.aspx](http://d.wanfangdata.com.cn/Periodical_hsxxyb200903010.aspx)

下载时间: 2009年10月23日