

对称性网络的等效电阻分析

周云艳

(黄山学院 信息工程学院,安徽 黄山 245021)

摘要:等效电阻的求解是电路分析的重要内容,但是对于复杂电路往往不易找出串并联关系,求解过程比较麻烦,可以发现对称性网络如果能够找到电路的对称面,进而找到电路的等势点,根据等势点短路或开路来处理,等效变换过程和计算复杂度都会大大减小。

关键词:对称性网络;等势点;等效电阻

中图分类号: O441 **文献标识码:** A **文章编号:** 1672-447X(2010)04-0022-03

1 引言

电路理论中一个很重要的问题就是求网络的总电阻或是某一部分网络的等效电阻。对于纯电阻电路我们一般有两种方法求解:一是根据串联、并联电路等效电阻公式进行分析,或者Y- Δ 等效变换求解,二是在端口处加电压U,然后利用基尔霍夫定律求解端口的总电流I,再利用欧姆定律 $R=U/I$ 进行求解。^[1,2]不论哪一种求解方法,如果能够充分注意到电路对称性的特点,那么计算步骤将会大为简化。而在一些竞赛和研究生入学考试中利用对称性分析网络电阻的题目屡见不鲜。

2 网络对称的特点

所谓电路的对称性,是指电路的拓扑结构和电路参数具有对称性。对于一个二端无源网络,其对称有两种形式。^[3]

如图1(a)所示,如果二端网络对于OO'对称,则这个网络对于端口AB而言就是平衡对称电路。如果在平衡对称电路的端子AB间接入电源,根据

基尔霍夫定律,可以证明落在平衡对称面上的节点即OO'与支路的交点都是等势点。如果某个支路恰好位于OO'平面上,则该支路的电阻R可以被分为两个R/2的电阻串联,分裂点在OO'平面上,即与其他点等势。

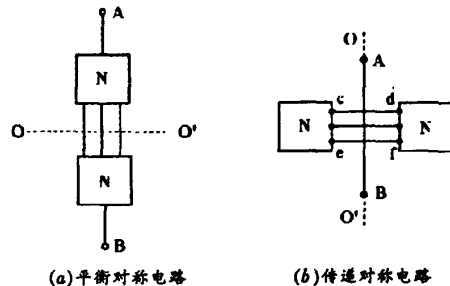


图1 电路对称的两种形式

如图1(b)所示,如果二端网络对于OO'(或AB)对称,则这个网络对于端口AB而言就是传递对称电路。如果在传递对称电路的端子AB间接入电源,根据基尔霍夫定律也容易证明,关于传递对称面(AB)对称的每一对节点(如c和d,e和f)都是等势点。如果某个支路恰好位于OO'平面上,则该支路的电阻R可以被两个R/2的电阻串联,分裂点仍在OO'平面上。

收稿日期:2010-09-06

基金项目:黄山学院教学研究项目(2009JXYJ02)

作者简介:周云艳(1981-),安徽黄山人,黄山学院信息工程学院讲师,硕士,研究方向为电路与系统。

当然在实际电路中,一个平衡对称电路也可能是传递对称电路,若同时运用平衡对称和传递对称可以找出更多的等势点,使电路分析变得更加简单。

3 对称性网络的等效电阻分析

根据电路理论,在电路中,若某两节点为等势点,则可将这两点连接起来,即短路,这种方法称为等势点短路法。如果两等势点之间有支路,根据欧姆定律可知该支路中电流为零,则可将该支路去掉,即开路,这种方法称为等势点开路法。将等势点短路或开路后,电路本身没有受到影响,但却可以使电路分析变得更加简单,一般都能够把复杂的电路化简为串、并联电路。下面我们以几个常见的例子加以说明。

例 1:如图 2 所示田字形电路中各个电阻阻值均为 r ,求 AB 端口的等效电阻 R_{AB} 。

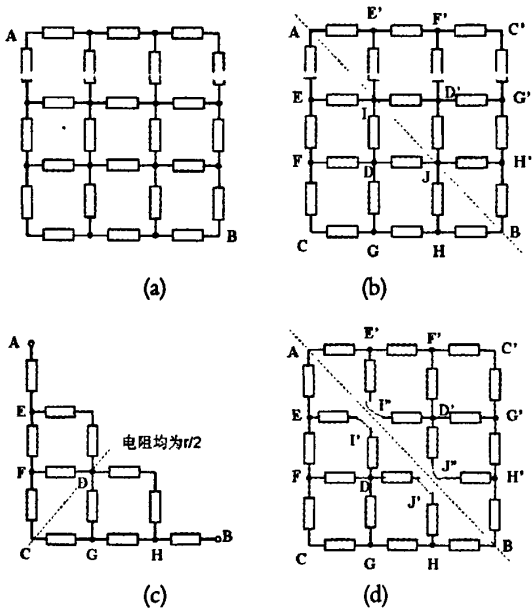


图 2

这个电路,我们不能直接利用串并联等效的方法来分析,但是可以利用 Y- Δ 不断变换进行分析,但这个计算量是相当大的,^[4] 如果利用求总电压和总电流的比值来计算的话,需要列出至少 10 多个方程才能获得,如果能够利用网络的对称性来分析,计算步骤将大大简化。

从拓扑结构上可以看到田字格沿对角线对称,又该电路中各个电阻阻值相等,所以可以分析得

到,该电路一方面关于 AB 对称,是一个传递对称电路,则关于 AB 对称面对称的每一对结点等电势。

方法 1:等势点短路法。如图 2(b)所示,EE'、FF'、GG'、HH'、CC'和 DD'可以短接。利用串并联等效,化简为图 2(c)所示。另一方面,该电路沿 CD 对称,是一个平衡对称电路,CD 是等电势点,可以短接,所以

$$R_{AB} = 2 \times (0.5 + (0.5 + 0.5 // 0.5) // (0.5 + 0.5)) r = \frac{13}{7} r$$

方法 2:等势点开路法。如图 2(b)所示电路中 I 和 J 两节点可以分裂为 I'和 I''、J'和 J''等电势点,中间支路无电流,可以断开,如图 2(d)所示。右上角与左下角两部分并联。另一方面电路沿 CD 平衡对称,CD 等电势,可以短路。则

$$R_{AB} = \frac{1}{2} \times 2 \times (1 + (1 + 1 // 1) // (1 + 1)) r = \frac{13}{7} r$$

例 2:如图 3(a)所示,正六面体电路,电阻均为 r ,试求对顶角等效电阻 R_{AG} 。

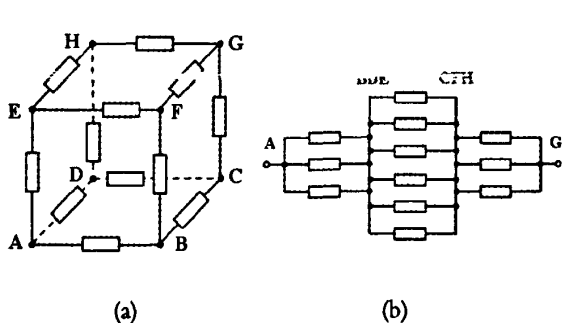


图 3

这是一个立体电路,一般情况下我们可以先把它画成平面电路,然后利用 Y- Δ 等效变换来求解,但是这种方法不仅变换复杂,而且需要较强的想象力。具体可以参考文献[5]。如果采用求总电压和总电流的比值来计算,利用回路电流法,至少需要 6 个方程才可求解。

考虑到这个电路各个电阻相等,因此根据拓扑结构,我们很容易知道这个电路是一个传递对称电路。如图 3(a)所示,ACGE 是传递对称面,则 B 和 D、H 和 F 等电势,ABGH 是传递对称面,则 E 和 D,ADGF 是传递对称面,则 E 和 B 等电势,因此 BDE 三点等电势。同理可得 HFC 三点等电势,可以短接,因此电路等效为图 3(b)所示。则:

$$R_{AG} = \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \right) r = \frac{5}{6} r$$

例3:如图4所示无限田字格网络,每一段的电阻均为 r ,求图中AB两点的等效电阻 R_{AB} 。

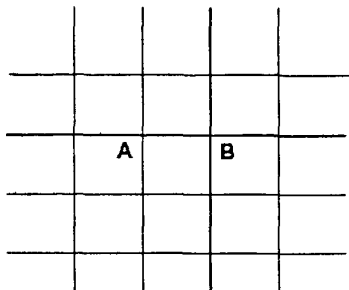


图4

对于这个无限网络,很明显我们不能直接通过串并联等效或 $Y-\Delta$ 的方法来求解,这里我们充分利用对称性来分析,问题将变得十分简单。

设想电流 I 从A点流入,向四面八方流向无穷远,根据对称性可知,有 $\frac{1}{4}I$ 的电流流入B点,经过无限长的时间稳定后,电流 I 从四面八方汇聚到B点流出,根据对称性可知,同样必然有 $\frac{1}{4}I$ 的电流由A点汇聚到B点,因此AB段的电流是由两个叠加而成的,所以AB两点的等效电阻为:

$$R_{AB} = \frac{(\frac{1}{4}I + \frac{1}{4}I)r}{I} = \frac{1}{2}r$$

4 结 语

通过以上讨论我们可以看到,对于复杂的电阻电路,不论是有限网络还是无限网络,我们在分析时如果充分注意到了电路的对称性,充分利用对称性的特点来分析,将会使变换过程简单,计算量大减小。同时能够激发学生的思维能力,引导其自我总结学习的经验和获取知识的规律,提高综合素质能力。

当然对于无源网络的等效电阻,实际生活中往往通过直接测量得到。所以在学生学习的过程中一方面要掌握理论,切实提高分析问题和解决问题的能力,另一方面也要切实提高动手能力,或者利用相关软件如EWB、protel等仿真,在理论分析的基础上,再进行实践验证,进而通过作用反作用强化理论。

参考文献:

- [1]周守昌.电路原理[M].北京:高等教育出版社,1999:6-7.
- [2]邱关源.罗先觉.电路[M].北京:高等教育出版社,2006:45-46.
- [3]邹玲,姚齐国.电路理论[M].武汉:华中科技大学出版社,2009:32-33.
- [4]张恩德.田字形不对称电阻网络等效电阻的计算[J].物理与工程,2008,(2):38-39.

责任编辑:胡德明

An Analysis of Equivalent Resistance in Symmetry Network

Zhou Yunyan

(School of Information Engineering, Huangshan University, Huangshan 245021, China)

Abstract: The solution of equivalent resistance is an important part of the circuit analysis, but since it's not always easy to find out the series and parallel circuit relationship for a complex circuit, the solving process is much too troublesome. However, symmetry network can be found if the symmetry plane and the equipotential node of the circuit can be identified. By using the equipotential node to address short circuit or open circuit, the equivalent transformation process and the computational complexity will be greatly reduced.

Key words: symmetry network; equipotential node; equivalent resistance

对称性网络的等效电阻分析

作者: [周云艳, Zhou Yunyan](#)
作者单位: [黄山学院, 信息工程学院, 安徽, 黄山, 245021](#)
刊名: [黄山学院学报](#)
英文刊名: [JOURNAL OF HUANGSHAN UNIVERSITY](#)
年, 卷(期): 2010, 12(5)
被引用次数: 0次

参考文献(4条)

1. [周守昌](#) [电路原理](#) 1999
2. [邱关源](#), [罗先觉](#) [电路](#) 2006
3. [邹玲](#), [姚齐国](#) [电路理论](#) 2009
4. [张恩德](#), [俞晓明](#), [赵磊](#) [田字形不对称电阻网络等效电阻的计算](#) 2008(2)

本文链接: http://d.wanfangdata.com.cn/Periodical_hsxxyb201005008.aspx

授权使用: 黄山学院学报(qkhsxy), 授权号: 8beee7d1-6dc3-41df-a0ca-9ebd00b75fe5

下载时间: 2011年4月6日