

“为理解而教”观念下的《微积分》教学

杨慧卿

(滁州学院 数学系,安徽 滁州 239000)

摘要:教师要树立“为理解而教”的观念,根据微积分课程的特点和学生学习微积分的特点,采取“整体—局部—整体”的教学设计,不断提高学生的理解力,以达到深层次的数学理解。

关键词:理解;微积分;教学

中图分类号:G642.3

文献标识码:A

文章编号:1672-447X(2008)05-0157-03

1 引言

多元智能理论的创始人霍华德·加德纳强调,“真正理解并学以致用——教育的一个直接目的”并提出“为理解而教”。^[1]他认为,学生若能但在任何教育背景下所获得的知识和技能,应用到这些知识确实相关的新的事件中或新的领域中,那么学生就具有了真正理解并学以致用的能力。

学生在课堂表现得似乎理解了,可一旦需要他们自己独立挑选一些概念、定理、法则用于新情况时,不少学生就表现出不能“真正理解并学以致用”了。现代教育提倡培养创新人才,可是如果没有真正理解,又何以创新?“为理解而教”,不仅是提高《微积分》教学质量的需要,而且是对学生未来的发展具有重要的现实意义。

2 关于数学理解

Hiebert 和 Carpenter 认为,“一个数学的概念或方法或事实是理解了,如果它成了内部网络的一个部分。理解的程度是由联系的数目和强度来确定的。说一个数学的概念、方法或事实是彻底地理解了,是指它和现有的网络是由更强的或更多的联系

联结着。”^[2]

这里的内部网络就是认知心理学中的认知结构,它是人们对客观事物的感知和理解的基础上,在头脑中形成的一种心理结构。主体对新知识的理解,就是将新知识与原有的认知结构中的适当知识建立联系,并将新知识与原有认知结构相互结合,通过纳入、重组和改造,构成新的认知结构。原有的认知结构由于新知识的进入,建立起新联系,调整或抛弃旧联系,使原有结构得到进化和革新,从而形成联系更丰富、更紧密、更融会贯通的知识网络。

数学理解有不同的层次。张洪魏将数学理解分为“操作性理解”、“关系性理解”和“迁移性理解”。根据这一观点,加德纳所说的“真正理解并学以致用”属迁移性理解(也称深层次的理解)。Hiebert 和 Carpenter 所论及的“理解”则属关系性理解。没有达到关系性理解,就难以构建完善的认知结构,没有达到迁移性理解,思维就是僵化的。^[3]因此,我们应促使学生对数学知识的理解至少达到关系性理解,并努力达到迁移性理解。

数学理解需要主体积极主动的智力参与和反省。数学理解需要主体对数学对象的相关知识和方法等进行比较、判别、分析、提炼和抽象,如果没有主体高水平的智力参与是不可能实现的。数学理解是

收稿日期:2008-08-20

基金项目:滁州学院教学研究项目(2007jy009),安徽省教育规划项目(JG08127)

作者简介:杨慧卿(1969-),安徽天长人,滁州学院数学系讲师,研究方向为数学教学。

主体对认知结构的组织与再组织的过程。没有认知结构的再组织,较深刻的理解是不可能达到的,而对认知结构的再组织必不可少的就是反省。因此,数学教学中要注意调动学生的思维积极参与数学活动。

3 “为理解而教”观念下的微积分教学

在“为理解而教”观念下,教师要结合微积分的课程特点,根据学生在微积分学习中的认知规律,以促进学生的理解的教学设计的主导思想,在教学中做到对学生、对自己、对微积分课程和教学设计的把握,努力实现“真正理解并学以致用”的教学目的。

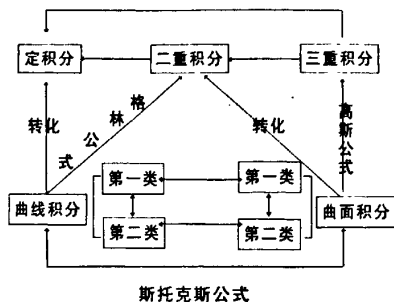
3.1 充分认识学生在微积分学习中的状态和障碍

从初等数学到微积分,不仅有内容的变化,而且有数学思维的转变,更包含着一个困难的转变。从可以凭经验直观建立概念转变到用正规的定义阐述概念,而其性质则需要通过逻辑演绎加以构造。学生在这个思维转变期,头脑里将同时存在早期的概念和性质、不断增长的演绎的知识,这将造成各种各样的认知冲突,从而形成学习中的障碍。^[9] 教学实践表明,极限、积分(主要是多元函数的积分)是很多学生感到困难的内容。学生之所以感到这些内容难,不仅因为它们的形式定义,而且它们的计算方法与其形式定义有较大的距离也增加了学生学习上的困难。而学生对与认知结构中联系密切、知识结构间的关系较为直接的新知识的学习相对容易点。可见,建立数学知识间的广泛的、紧密的联系应是数学教学的关键,也是学生进行数学理解的关键。因此,教师要注意从学生的认知水平出发进行教学,帮助学生排除微积分学习中的障碍,促使学生积极主动地参与数学活动。

3.2 教师要构建有一定深度和广度的、融会贯通的数学认知结构和数学教学认知结构

学生在数学学习过程中,数学理解的层次和水平受到教材和教师教学等外部因素的影响,而教师对微积分课程、微积分教学的理解程度和水平将直接影响到学生对微积分概念表象的建立,以至影响到学生认知结构的形成。有研究表明,数学教师只有在“明显理解”下,教学中才能做到进行理解教学。“明显理解”就是能明确地说出不同数学概念之间的联系并清楚地指明与某一数学概念相关的“知识群”。^[10] 这也就是说,教师的头脑中要具有一定深度和广度的、融会贯通的数学认知结构和数学教学

认知结构。应当说,教师头脑中的这个数学认知结构也是教师期望学生达到的一个理想结构。比如,关于积分学,教师应建立起这样的知识结构:



这是关于积分学的一个完美的结构图,它不仅反映了各类积分间的关系,而且反映了各类积分在积分学中的地位和作用,同时还展现了数学统一的美、对称的美。

3.3 整体—局部—整体的教学设计

3.3.1 整体入手,使学生宏观地了解微积分的整体框架

人们认识事物一般从整体开始,数学学习也是如此。所以,在微积分学习初期,教师可以简略地介绍微积分,包括微积分的发展历史、研究对象、研究工具、基本思想、微积分课程内容的的基本组成、与中学数学的联系等,使学生对微积分的整体框架有一个初步的印象,形成微积分的整体轮廓,并与已有的认知结构发生联系,成为进一步学习具体内容的基础。它不仅可以促进学生学习微积分动机的形成,调动学生参与数学活动的积极性,还将促进新知识的吸收与巩固、增进对新知识意义的理解和领悟。

3.3.2 打破章节界限,形成知识组块

数学教材的编写一般以章为单位,但受一章容量的限制,不可能把有紧密联系的内容放入一章,这就在客观上造成了知识间某种程度上的割裂。在教学中,教师可以打破章节界限,将联系紧密的材料放在一起,形成知识组块,从整体上处理这些材料,使学生获得整体认识,利于学生认知结构的形成。如关于积分的内容分散在不同的章节中,从定积分到重积分、曲线积分、曲面积分,中间还有其它内容的间隔,这无形中造成了学生学习上的困难。在教学中,可以在学习定积分之前先介绍积分的几种类型,并强调它们间存在着联系。在后续内容的教学中,则把寻找各类积分间的联系作为教学的重点,不断构建、扩充积分的知识结构,形成积分学的知识组块。学生对积分学的认知结构也将随着对各

类积分间联系的明确而不断完善。

3.3.3 用整体观念处理局部内容,强调知识的联系

局部具体内容学习的过程是不断丰富整体框架的过程。在具体内容的教学中,要注意树立整体观念,强调与其他知识的联系,让学生明确新知识在整体框架中的位置,使学生把新知识与已有的认知结构联系起来,并逐步将新知识纳入适当的认知结构,形成新的认知结构。

一方面,培养学生整体性的观念,指导学生“瞻前顾后”。要使学生认识到数学是充满关系的有机整体,并以联系的眼光看待所学的知识。新知识的学习只有与其他知识联系起来才能获得很好的理解,这就需要“瞻前顾后”。“瞻前”就是在已学知识中寻找最基本的联系,这是新知识的“生长点”或“固着点”,也是数学教学的出发点。准确把握新知识的“生长点”是成功进行理解教学的关键。“顾后”则考虑与后续知识的联系。比如,对二重积分要引导学生发现与定积分的联系,可以考虑用二重积分来解决一些定积分的问题,比较方法是否优越,提高学生思维的灵活性,并引导学生注意在三重积分、曲线积分、曲面积分的学习中找出二重积分与它们的联系。

另一方面,抓住微积分中的核心概念,使学生深刻理解和牢固掌握。微积分中有很多的概念,但并不是同等重要,教学中要抓住那些在知识结构中占据重要地位、与多个概念形成联系、对后续内容的学习有很大影响的核心概念,明确它们在微积分中的地位与作用。如函数、极限、导数与微分、定积分,微积分的思想在这几个概念中得到了充分的体现,而微积分中的其它概念都是在这些概念基础上的拓广和延伸。因此,在教学中要切实抓住这些核心概念,从定义、性质、计算方法、实际应用等方面使学生多角度地充分理解和掌握,而其它概念的学习可以与核心概念联系起来获得理解。

3.3.4 引导学生进行知识的整理与综合,注重综合性问题的解决

“整体一局部”是学生数学知识不断丰富过程,但由于在此过程中过多使用的是分析分解的方法,即使用整体观念处理局部内容,还是很容易造成学生过多地关注具体内容,而缺乏对整体中各局部内容之间的全面关系的认识,容易出现“只见树木,不见森林”的现象。要避免此现象的出现,“局部一整体”的过程是不可或缺的,这一过程是数学学习中整理综合数学知识、提炼数学思想的过程,在此过程中将原来彼此分散、彼此分离的数学知识联系成一个统一的整体,是数学知识内化、升华、创造的过程,这一过程更需要学生积极主动的智力参与,需要学生的反思。微积分教学中,在每章、每知识单元内容结束时,都应重视和加强对相应知识的整理综合。比如,在学完积分学后,要引导学生把积分的几种类型放在一起,比较异同,找出相互间的联系,构建完整的知识结构。

数学知识只有在应用中才能获得深层次的理解。综合性问题的解决需要调用认知结构中的多个知识点,在问题解决中将加深学生对知识间联系的认识,强化知识组块与问题之间的联系,有助于学生认知结构的进一步的完善。因此,要注重综合性问题的解决,而问题解决也正是数学学习的目的。

参考文献:

- [1][美]霍华德·加德纳.多元智能[M].北京:新华出版社,1999.
- [2][美]D.A 格劳斯.数学教与学研究手册[M].上海:上海教育出版社,1999.
- [3]张洪魏.关于学生数学认知理解的思考[J].数学教育学报,2006,15(4):14-16.
- [4]郑毓信.数学教育:从理论到实践[M].上海:上海教育出版社,2001.

责任编辑:胡德明

Calculus Teaching: A Perspective from Understanding Oriented Pedagogy

Yang Huiqing

(Department of Mathematics, Chuzhou University, Chuzhou 239000, China)

Abstract: The deep level understanding is the foundation of innovation. Teachers must implement the understanding oriented pedagogical thinking in their calculus course designing and planning in accordance with curriculum characteristics and students' study styles to promote their understanding.

Key Words: Understanding; Calculus; Teaching